

# GERAÇÃO DE RUÍDO POR JATOS TURBULENTOS

Ricardo Eduardo Musafir

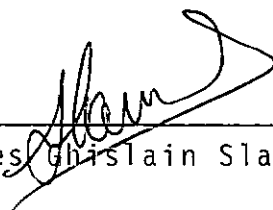
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO  
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M. Sc.) EM ENGENHARIA MECÂNICA

Aprovada por:

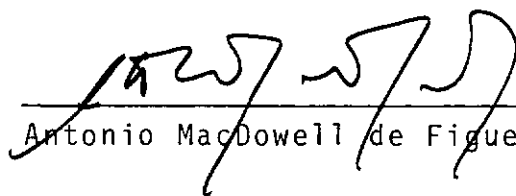


Moysés Zindeluk

Presidente



Jules Ghislain Slama



Antonio MacDowell de Figueiredo



Maurício Nogueira Frota

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

Novembro 1984

MUSAFIR, RICARDO EDUARDO

Geração de Ruído por Jatos Turbulentos (Rio de Janeiro) 1984.

xi , 167 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc., Engenharia Mecânica, 1984).

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro. COPPE

1. Acústica. Ruído de Jato. Turbulência. Correlações.

I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)

*What is that noise ?*

Macbeth, V,v

A meus pais, ao meu irmão,

A minhas avós, Rebecca (in memoriam) e Eleonora,

A Mônica

### AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi possível graças à colaboração e incentivo de várias pessoas e instituições. Gostaria de agradecer particularmente

Ao CNPq, à CAPES e principalmente à família, sem o apoio da qual não teria sido possível a dedicação integral à pesquisa, o suporte financeiro;

Aos funcionários da Biblioteca do Centro de Tecnologia e da Oficina Mecânica da COPPE, a boa vontade e a cooperação constantes;

A Leuza Helena de Abreu, Secretária do Programa de Engenharia Mecânica, sempre a postos para resolver as dificuldades que se apresentam;

A Cesar Romero Costa Ferreira, que projetou e montou a bancada experimental;

A Antonio Carlos Martins Reis e Anderson Pessoa de Souza, pelo auxílio prestado durante os experimentos;

Aos Professores e Pesquisadores

Maurício Nogueira Frota (PUC/RJ)

Ivan de Azevedo Camelier (DAC, IPqM)

Antonio MacDowell de Figueiredo (COPPE/UFRJ)

Tiong Hiap Ong (EE/UFRJ)

Carlos Alberto Thompson Fialho (IME)  
Roberto Aizik Tenenbaum (COPPE/UFRJ)  
Roberto de Souza (EE/UFRJ)

o estímulo, as interessantes discussões sobre vários tópicos da tese e o acesso facilitado a diversos itens importantes da bibliografia;

A Mônica Porto Carreiro, o auxílio durante os experimentos e na fase de revisão, a confecção da grande maioria das ilustrações e principalmente a paciência e o bom humor com que me acompanhou no desenrolar das diversas fases da tese;

Aos Professores Moysés Zindeluk e Jules Ghislain Slama, amigos antigos e queridos, a orientação e acompanhamento deste trabalho e, principalmente, o prazer de trabalhar juntos.

RESUMO DA TESE APRESENTADA À COPPE/UFRJ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M. Sc.)

GERAÇÃO DE RUÍDO POR JATOS TURBULENTOS

Ricardo Eduardo Musafir

Novembro de 1984

ORIENTADOR: Moysés Zindeluk com Jules Ghislain Slama

PROGRAMA: Engenharia Mecânica

Apresenta-se uma revisão crítica das principais teorias de geração aerodinâmica de som e de diversas modelações para os termos fonte. São comentadas as principais propriedades do escoamento e do campo acústico de um jato turbulento. Mostra-se que o modelo de ruído próprio e de cisalhamento necessita, para obedecer à conservação de energia, de interferência entre os dois tipos de ruído. A importância da coerência na radiação sonora é discutida, sendo levantadas evidências em favor da hipótese contrária. São examinadas as correlações da pressão sonora no campo afastado, que são modeladas de forma concisa. Mostra-se que os resultados experimentais corroboram a hipótese de que a turbulência comporta-se, enquanto fonte acústica, como uma distribuição de quadripolos laterais.

ABSTRACT OF THESIS PRESENTED TO COPPE/UFRJ AS PARTIAL FULFILL-  
MENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE  
(M. Sc.)

SOUND GENERATION BY TURBULENT JETS

Ricardo Eduardo Musafir

November, 1984

CHAIRMAN: Moysēs Zindeluk with Jules Ghislain Slama

DEPARTMENT: Mechanical Engineering

A critical review of the principal theories of aerodynamical generation of sound and of some expansions for the source terms is presented. The principal properties of the flow and sound fields of a turbulent jet are commented. It is shown that, to obey energy conservation, the shear noise/self noise model requires interference between the two types of terms to occur. The importance of source coherence in the sound field is discussed, and some evidences against this hypothesis are raised. Far field sound pressure correlations are examined and modelled in a very simple form. It is shown that experimental results agree with the hypothesis that turbulence, as an acoustic source, is equivalent to a distribution of lateral quadrupoles.



ÍNDICE

PÁG.

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I.1 - Propósito .....	1
I.2 - O Jato Circular	
I.2.1 - Formação e Regiões .....	4
I.2.2 - Correlações e Escalas .....	7
I.3 - Acústica	
I.3.1 - Introdução .....	9
I.3.2 - Equacionamento .....	9
I.3.3 - Solução - Função de Green .....	11
I.3.4 - Fontes Elementares - Monopolos e Dipolos .....	12
I.3.5 - Quadripolos .....	16
I.3.6 - Intensidade e Potência Acústica .....	19
I.3.7 - Som e Pseudo-Som .....	20
I.3.8 - Algumas Observações .....	21

CAPÍTULO II - MODELOS MATEMÁTICOS

II.1 - A Analogia de Lighthill .....	23
II.2 - Abordagens Equivalentes .....	30
II.3 - Desenvolvimentos da Teoria .....	33
II.4 - Outras Abordagens	
II.4.1 - Introdução .....	35
II.4.2 - As Equações de Phillips e de Lilley .....	37
II.4.3 - As Decomposições em Termos Solenoidais e Irrota- cionais - As Teorias de Crow e Doak .....	39
II.4.4 - A Entalpia e a Geração Aerodinâmica de Som - As Formulações de Yates e Sandri e Howe .....	41
II.4.5 - A Generalização da Analogia de Lighthill de Dowling et al .....	45

### CAPÍTULO III - O JATO TURBULENTO

III.1 - O Escoamento	
III.1.1 - Propriedades Médias .....	48
III.1.2 - Estrutura do Jato - Os Grandes Vórtices .....	52
III.2 - O Campo Acústico	
III.2.1 - Introdução .....	56
III.2.2 - Análise Dimensional .....	57
III.2.3 - Convecção, Refração e Outros Efeitos .....	61
III.2.4 - A Direcionalidade Básica .....	65
III.2.5 - Ruído Próprio e de Cisalhamento .....	66
III.2.6 - Investigações do Acoplamento Fluido Acústico ...	71
III.2.7 - Os Grandes Vórtices e o Campo Acústico .....	73

### CAPÍTULO IV - A QUESTÃO DO RUÍDO DE CISALHAMENTO

IV.1 - Introdução .....	75
IV.2 - As Diversas Expansões .....	76
IV.3 - Análise .....	83

### CAPÍTULO V - CORRELAÇÕES NO CAMPO ACÚSTICO

V.1 - Introdução .....	90
V.2 - Correlações para o Jato Compacto .....	91
V.3 - O Jato Não Compacto .....	98
V.4 - Modelos .....	100
V.5 - Discussão .....	103
V.6 - Correlações Resultantes de uma Distribuição de Quadripolos Laterais .....	105
V.7 - Comparação com Experimentos .....	110
V.8 - As Correlações no Campo Acústico Próximo .....	114
V.9 - Conclusões .....	117

## CAPÍTULO VI - EXPERIMENTOS

VI.1 - Introdução .....	119
VI.2 - Determinação da Velocidade do Escoamento .....	125
VI.3 - Procedimentos para o Cálculo das Correlações .....	126
VI.4 - Experimentos com o Bocal Reto .	
VI.4.1 - Intensidade, Direcionalidade e Potência Acústica	127
VI.4.2 - Correlações .....	131
VI.5 - Experimentos com o Bocal Convergente .....	139
VI.6 - Conclusões .....	143

<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u> .....	145
---	-----

<u>APÊNDICE I - O TERMO DE CISALHAMENTO NA EXPANSÃO DE CSANADY</u> .....	162
--	-----

<u>APÊNDICE II - ALGORITMO UTILIZADOS PARA O CÁLCULO DAS CORRELAÇÕES</u> .....	164
--	-----

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

#### I.1 - PROPÓSITO

O estudo teórico da geração de ruído por turbulência iniciou-se com os trabalhos pioneiros de Lighthill [1, 2] no início da década de 50 e originou-se da previsão de que a introdução do avião a jato na aviação civil geraria consideráveis problemas de ruído [3]. A suposição era correta, pois hoje os aviões e foguetes constituem a fonte de ruído de maior intensidade conhecida, cabendo ao chamado *ruído de jato*, o ruído devido à turbulência, parcela apreciável do ruído total (ver por exemplo [4-6]).

A teoria de Lighthill, simples e engenhosa, logo deu origem a inúmeras extensões e aplicações. Sua utilização vai desde a previsão da potência acústica gerada por jatos e helicópteros à participação em teorias sobre o aquecimento (pela dissipação de ondas geradas aerodinamicamente) da coroa solar [5, 7].

O ruído produzido pela turbulência leva para longe uma pequena parcela da energia do escoamento. O campo acústico tende a ser considerado parte do escoamento e, hoje, os estudos da estrutura da turbulência e do mecanismo de geração de ruído interagem continuamente (ver [7]), o segundo recebendo destaque em textos modernos [8, 9] e congressos sobre turbulência [10]. Nos dois campos, entretanto, o número de novas perguntas cresce muito mais rapidamente que o de respostas.

O desenvolvimento do tema é atestado pelos inúmeros congressos especializados (por exemplo [11-14]) e pela profusão de teorias alternativas que têm surgido, visando uma melhor descrição do fenômeno físico, a compreensão da interação som-escoamento e o controle do ruído e da turbulência.

Tamanho crescimento não poderia deixar de ser acompanhado por inúmeras contradições e controvérsias: enquanto algumas abordagens, com suas diferenças, enriquecem o conhecimento de um dado aspecto, outras são dificilmente conciliáveis entre si.

O panorama atual, embora rico e estimulante, pode também desencorajar quem inicie o estudo deste tema, que poucos conhecem no Brasil.

Neste trabalho, é feita uma revisão crítica das principais teorias de geração aerodinâmica de ruído (capítulo II) e de várias modelações possíveis para as fontes de ruído quando é adotada a teoria de Lighthill (capítulo IV). Pretende-se explicitar as semelhanças e enfatizar as contradições, resolvendo-as quando possível, na tentativa de auxiliar futuros estudantes do assunto. O capítulo III é principalmente um sumário das propriedades do escoamento e do campo acústico de um jato turbulento, sendo enfatizado o caso do jato subsônico frio.

No capítulo V, correlações da pressão sonora no campo afastado são modeladas de forma a explicitar a relação de propriedades do escoamento com o campo acústico. A modelação é comparada com as de outros autores. Mostra-se que as correlações fornecem informações importantes sobre o escoamento que têm sido negligenciadas.

O capítulo I introduz a dinâmica do jato turbulento e os principais conceitos de acústica necessários à compreensão da teoria.

No capítulo VI são relatados alguns experimentos, realizados com o intuito de familiarização com a medição e análise de propriedades do ruído de jatos, de verificar as hipóteses levantadas no capítulo V e de estabelecer uma referência para futuras investigações de controle de ruído.

A opção de escrever um texto que evitasse ocultar contradições levou, em vários pontos, a uma certa aridez e profusão de detalhes, detalhes que podem ser seguramente ignorados por aqueles que desejarem um conhecimento genérico do assunto, aos quais recomenda-se também as referências [1<sup>5</sup> , 1<sup>6</sup>], que constituem excelentes revisões. Entretanto, muitos destes detalhes poderão ser úteis, poupando esforço àqueles que desejarem aprofundar-se no assunto.

## I.2 - O JATO CIRCULAR

### I.2.1 - Formação e Regiões

Considere-se o escoamento de um fluido invíscido a partir de um orifício circular para a atmosfera em repouso (Figura I.1), com velocidade uniforme  $U_0$ .

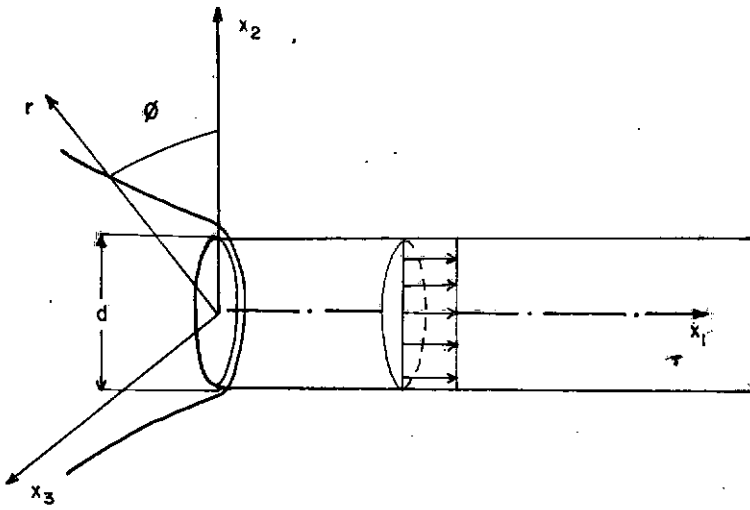


Figura I.1 - O jato circular invíscido e os sistemas de coordenadas utilizados

Nesta representação idealizada, o jato é delimitado por uma superfície cilíndrica, onde está concentrada a vorticidade (infinita) e continua como em um túnel, sem misturar-se com a atmosfera, um cilindro de escoamento irrotacional ("potencial").

Perturbações nesta superfície podem causar o enrolamento da lâmina de vorticidade e a consequente formação de vórtices anulares (Figura I.2) que crescem e viajam com velocidade  $v = U_0/2$ , a velocidade do seu centro (ver por exemplo [17, 18]).

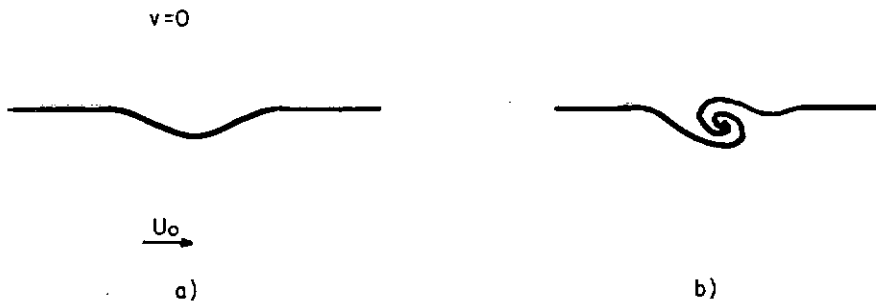


Figura I.2 - Perturbação na lâmina de vorticidade (a) e consequente formação de um vórtice (b)

Em um fluido viscoso, o gradiente de velocidade é suavizado pela difusão da quantidade de movimento. O jato acelera o meio circundante e é retardado por ele. Movimentos turbilhonares semelhantes aos descritos na Figura I.2 são formados na região afetada, chamada de *região de mistura* (ver Figura I.3).

Se o escoamento for laminar, há a formação de vórtices anulares, propriamente ditos, mas se for turbulento, os vórtices logo tornam-se turbilhões tridimensionais e qualquer regularidade só é perceptível com o uso de técnicas estatísticas.

O crescimento da região de mistura reduz a região de escoamento potencial a um cone, que se estende até  $x_1 \approx 4$  a  $6d$ . A região do fluido circundante, próxima à região de mistura, que fornece fluido para o jato é chamada *região de entranhamento*.

Na *região inicial* - em torno do *cone potencial* -, localizam-se as maiores flutuações de velocidade, pressão e vorticidade, principalmente em  $r = d/2$ , onde a velocidade média é aproximadamente constante e o cisalhamento é máximo. Após o fim do cone potencial, o centro das perturbações desloca-se gradualmente de  $r = d/2$  para  $r = 0$  em uma região chamada *de ajustamento*, seguida pela *região desenvolvida*, que se inicia em  $x_1 \approx 8$  a  $10d$  e que continua a crescer com o fluido entranhado de fora, de acordo com a conservação da quantidade de movimento e consequente diminuição da velocidade em  $r = 0$ .



Em um fluido compressível, as flutuações de pressão e velocidade não são inteiramente resolvidas na hidrodinâmica local: devido à compressibilidade, uma pequena parcela é radiada como som. No interior do jato, ao menos para número de Mach  $M$  moderado ( $M = U_0/c$ , sendo  $c$  a velocidade do som no fluido), as flutuações acústicas são pequenas em comparação com as intensas flutuações de pressão hidrodinâmica existentes que, embora audíveis, não se propagam. Na região de entranhamento o escoamento, irrotacional e incompressível, é induzido pelo escoamento turbulento na região de mistura. Após esta região o campo acústico produzido é dominante.

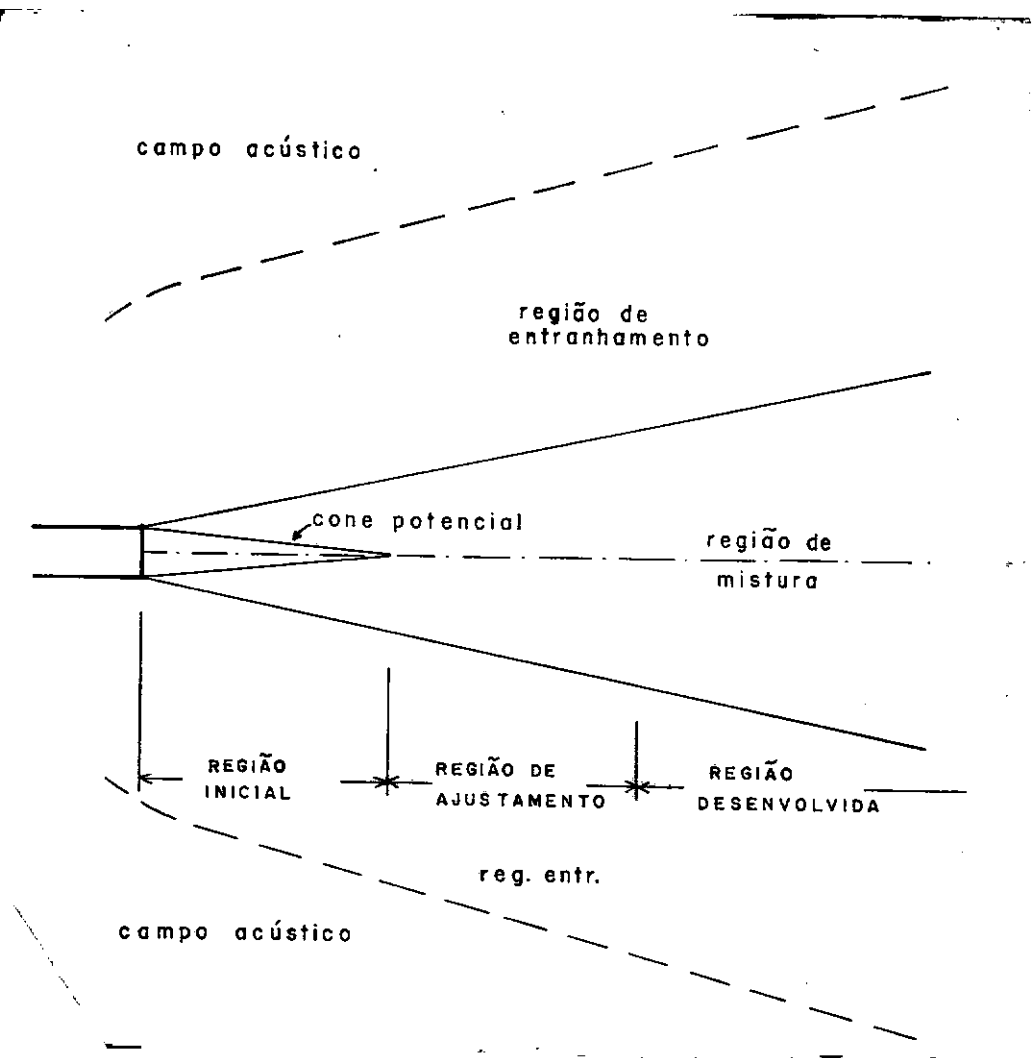


Figura I.3 - O jato turbulento

### 1.2.2 - Correlações e Escalas

Em um escoamento turbulento, as flutuações de velocidade, vorticidade e pressão guardam relação apenas em uma região limitada, dita uma *região de correlação* ou um turbilhão.

Se o escoamento é estacionário, a correlação entre duas grandezas  $f(\underline{x}, t)$  e  $g(\underline{x}, t)$ , com separação espacial  $\underline{\eta}$  e temporal  $\tau$ , é dada por

$$R(\underline{x}, \underline{\eta}, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(\underline{x}, t) g(\underline{x} + \underline{\eta}, t + \tau) dt = \overline{f(\underline{x}, t) g(\underline{x} + \underline{\eta}, t + \tau)} \quad (I.1)$$

As dimensões de uma região de correlação são dadas pelas *escalas espaciais*, que avaliam a maior distância em uma dada direção em que as flutuações de  $v_i$  guardam correlação, e são expressas em função do *coeficiente de correlação*  $R(\underline{x}, \underline{\eta}, \tau) = R(\underline{x}, \underline{\eta}, \tau) / \sqrt{R(\underline{x}, 0, 0) R(\underline{x} + \underline{\eta}, 0, 0)}$ .

Com

$$\underline{v}(\underline{x}, t) = \underline{U}(\underline{x}) + \underline{u}(\underline{x}, t) \quad (I.2)$$

e tomando  $f=g=u_i$ , vem

$$\ell_{ij}(\underline{x}) = \int_0^\infty R_{u_i}(\underline{x}, \eta_j, 0) d\eta_j \quad (I.3)$$

Para o jato circular, serão utilizadas as escalas longitudinal  $\ell_1 = \ell_{11}$  e radial  $\ell_r = \ell_{1r}$ , baseadas no componente  $u_1$ .

Define-se também uma escala temporal,  $\ell_\tau$ , representativo do tempo em que um turbilhão mantém sua identidade.

$$\ell_\tau(\underline{x}) = \int_0^\infty R_{u_1}^C(\underline{x}, 0, \tau) d\tau \quad (I.4)$$

onde  $R_{u_1}^C$  é o coeficiente de autocorrelação do componente  $u_1$ , computado no referencial que segue a trajetória dos turbilhões, e que pode ser obtido do envelope de  $R(\underline{x}, \eta_1, \tau) \times \tau$  para vários valores de  $\eta_1$ .

As escalas espaciais e temporais podem ser aproximadas pela ordenada do ponto para o qual o coeficiente de correlação é igual a  $1/e$ , o que equivale a assumir  $R(y) = \exp(-y/\ell)$ .

A intensidade da turbulência  $I_t$ , referida a  $u_1$  e à velocidade do jato,  $U_0$ , é dada por

$$I_t = \frac{(R_{u_1}(\underline{x}, 0, 0))^{1/2}}{U_0} = \frac{(\overline{u_1^2})^{1/2}}{U_0} = \frac{\tilde{u}_1}{U_0} \quad (I.5)$$

### I.3 - ACÚSTICA

#### I.3.1 - Introdução

São apresentados a seguir os principais aspectos da acústica de um meio homogêneo e em repouso necessários ao desenvolvimento deste trabalho.

A apresentação é igualmente baseada nos trabalhos dos principais autores da aeroacústica, Lighthill [1, 19, 20], POWELL [21], RIBNER [22], FFWOCS WILLIAMS [23, 24], em textos de acústica clássica [25-28], e nas conclusões tiradas da leitura destes autores, numa tentativa de apresentar o caminho mais curto aos principais conceitos necessários ao estudante de aeroacústica.

#### I.3.2 - Equacionamento

A propagação de pequenas perturbações em um meio fluido é governada pelo balanço entre a inércia e a compressibilidade do fluido. As equações básicas são obtidas a partir das equações de balanço de massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (I.6)$$

quantidade de movimento

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j + p \delta_{ij} + \tau_{ij}) = 0, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (I.7)$$

e de uma relação que caracterize a compressibilidade do meio, ou seja, que relacione variações da densidade  $\rho$  com variações da pressão  $p$  e que na ausência de fontes de calor (processos isentrópicos) é expressa por

$$dp = c^2 d\rho \quad (I.8)$$

onde  $\underline{v}$  é a velocidade,  $\tau_{ij}$  os termos viscosos da tensão,  $c$  é a velocidade local de propagação das perturbações no meio e segue-se a convenção de Einstein para a operação com índices.

Para um meio homogêneo e em repouso,  $c^2 = \text{cte} = c_0^2$ ,  $\rho v_i v_j$  é abandonado por ser quadrático nas perturbações e o abandono de  $\tau_{ij}$  corresponde a negligenciar a atenuação viscosa na propagação de ondas acústicas. Assim, a equação de balanço da quantidade de movimento "acústica" transforma-se na equação de conservação.

$$\frac{\partial \rho \underline{v}}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (I.9)$$

Tomando  $\partial/\partial t$  de (I.6) e  $\partial/\partial x_i$  de (I.9), elimina-se  $\rho \underline{v}$ , obtendo-se a equação da onda para  $p$  ou  $\rho$ , expressa por

$$\square C = \left\{ \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right\} C = 0 \quad (I.10)$$

Nesta forma, a equação representa um modelo linear e conservativo para a propagação de perturbações em um meio homogêneo, isotrópico e em repouso.

Para que (I.10) seja válida em todo o espaço, deve ser modificada para incluir também as fontes das perturbações. Escreve-se:

$$\square C = Q(\underline{x}, t), \quad \underline{x} \notin \mathcal{D} \Rightarrow Q(\underline{x}, t) = 0 \quad (I.11)$$

Na região  $\mathcal{D}$ , onde  $\square C \neq 0$ , há um desequilíbrio local que é propagado com velocidade  $c_0$ . Se a distribuição  $Q$  for conhecida, o campo  $C$  fica univocamente determinado. A resolução de (I.11) depende da inversão do 'Dalambertiano,  $\square$ .

### I.3.3 - Solução - Função de Green

A solução de (I.6) para  $Q(\underline{x}, t) = \delta(\underline{x} - \underline{y})\delta(t - t_0)$  é a função de Green  $G(\underline{x} - \underline{y}, t - t_0)$

$$C(\underline{x}, t) = G(\underline{x} - \underline{y}, t - t_0) = \frac{\delta(t - t_0 - r/c_0)}{4\pi r} \quad (I.12)$$

$$r = |\underline{r}| = |\underline{x} - \underline{y}| \quad (I.13)$$

Para uma distribuição genérica  $Q(\underline{x}, t)$ ,  $C$  é dado por uma equação integral que se reduz, no caso de um meio infinito (campo livre), a uma convolução

$$\begin{aligned} C(\underline{x}, t) &= Q(\underline{x}, t) * G(\underline{x}, t) = \iint_{\infty} Q(\underline{y}, t_0) \frac{\delta(t - t_0 - r/c_0)}{4\pi r} dV_{\underline{y}} dt_0 \\ &= \int_{\infty} \frac{Q(\underline{y}, t - r/c_0)}{4\pi r} dV_{\underline{y}} = \int_{\infty} \frac{[Q(\underline{y}, t)]}{4\pi r} dV_{\underline{y}} \end{aligned} \quad (I.14)$$

Pode-se escrever também

$$C(\underline{x}, t) = \int_{\infty} g(\underline{x} - \underline{y}, t) Q(\underline{y}, t) dV_{\underline{y}} \quad (I.15)$$

utilizando-se o operador  $g = \frac{[ ]}{4\pi r}$  (definido por meio de (I.14), que é conhecido como operador de retardamento ou dos potenciais retardados.

A função de Green  $G$  pode ser vista como o inverso do D'alambertiano. Nota-se

$$(\square)^{-1} = G * \quad (I.16)$$

Como  $\square C = Q$ , tem-se  $C = Q * G$ .

Observe-se que a aparição de  $Q$  em (I.11) deve originar-se de (I.6) e (I.7). Com efeito, a existência de fontes de

massa ( $m$ ) e de quantidade de movimento ( $\underline{f}$ ) do lado direito de (I.6) e (I.7), respectivamente, levaria (I.10) a

$$\square p = \frac{\partial m}{\partial t} - \text{div } \underline{f} \quad (\text{I.17})$$

ou

$$\square p = \frac{1}{c_0^2} \left( \frac{\partial m}{\partial t} - \text{div } \underline{f} \right) \quad (\text{I.18})$$

No que segue será utilizada a equação (I.17), referida à pressão, que é a variável acústica preferencial.

Tem-se

$$p(\underline{x}, t) = G * \left( \frac{\partial m}{\partial t} - \text{div } \underline{f} \right) \quad (\text{I.19})$$

#### I.3.4 - Fontes Elementares - Monopolos e Dipolos

Seja a região  $\mathcal{D}$  compacta acusticamente, i.e., sendo  $\ell$  uma dimensão característica de  $\mathcal{D}$  e  $\lambda$  um comprimento de onda típico emitido, tem-se:

$$\frac{\ell}{\lambda} \ll 1 \quad (\text{I.20})$$

As contribuições de  $m$  e  $\underline{f}$  para o campo acústico serão analisadas separadamente.

Se  $\text{div}(\underline{f}) = 0$  então

$$p(\underline{x}, t) = \int_{\mathcal{D}} \frac{1}{4\pi r} \left[ \frac{\partial m}{\partial t}(\underline{y}, t) \right] dV_{\underline{y}} \quad (\text{I.21})$$

Como  $\mathcal{D}$  é compacta, pode-se desconsiderar *diferenças* no retardamento da radiação emitida de diferentes partes da fonte. Considerando a origem do sistema de coordenadas em  $\mathcal{D}$ , tem-se

longe das fontes ( $x \gg \ell$ )

$$p(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi x} \left[ \int_{\mathcal{D}} \frac{\partial m}{\partial t}(\underline{y}, t) dV_{\underline{y}} \right] \quad (I.22)$$

O campo  $p$  é omnidirecional e a distribuição  $\dot{m}$ , longe da fonte, é indistinguível de uma fonte pontual  $S(t)\delta(\underline{x})$

$$S(t) = \int_{\mathcal{D}} \frac{\partial m}{\partial t}(\underline{y}, t) dV_{\underline{y}} \quad (I.23)$$

Uma fonte pontual omnidirecional é denominada um *monopolo*.  $S(t)$ , a integral instantânea da fonte é chamada de *eficácia* da fonte.

Seja  $\dot{m} = 0$ . Não é conveniente repetir o procedimento anterior (abandonar diferenças de retardamento), pois pelo teorema de Gauss,  $\int_{\infty} \text{div } \underline{f} dV = 0$  (a integral pode ser transformada em uma integral de superfície e fora de  $\mathcal{D}$  o integrando é nulo). Assim, a eficácia do monopolo equivalente é nula e a contribuição de  $\text{div } \underline{f}$  depende apenas do retardamento relativo entre as emissões provenientes de diversos pontos de  $\mathcal{D}$  para que a radiação que alcança  $\underline{x}$  não seja totalmente cancelada. Para explicitar este efeito, deve-se relacionar a eficácia da fonte com  $\underline{f}$  em vez de  $\text{div } \underline{f}$ . Para isto, escreve-se:

$$\begin{aligned} p(\underline{x}, t) &= -G(\underline{x}, t) * \frac{\partial f_i(\underline{x}, t)}{\partial x_i} = \iint_{\infty} -\frac{\partial f_i(\underline{y}, t)}{\partial y_i} G(\underline{x}-\underline{y}, t-t_0) dV_{\underline{y}} dt_0 \\ &= \iint_{\infty} -\left\{ \frac{\partial}{\partial y_i} (f_i(\underline{y}, t) G(\underline{x}-\underline{y}, t-t_0)) - \right. \\ &\quad \left. f_i(\underline{y}, t) \frac{\partial G}{\partial y_i}(\underline{x}-\underline{y}, t-t_0) \right\} dV_{\underline{y}} dt_0 \end{aligned} \quad (I.24)$$

O primeiro termo é um divergente e pode ser eliminado por uma aplicação do teorema de Gauss. Assim vem,



$$\begin{aligned}
 p(\underline{x}, t) &= - \iint_{\infty} f_i(\underline{y}, t) \frac{\partial G}{\partial x_i} (\underline{x} - \underline{y}, t - t_0) dV_{\underline{y}} dt_0 = \\
 &= - f_i(\underline{x}, t) * \frac{G}{\partial x_i} (\underline{x}, t) = - \frac{\partial}{\partial x_i} (f_i(\underline{x}, t) * G(\underline{x}, t)) \quad (I.25)
 \end{aligned}$$

Pode-se definir uma função de Green vetorial (consequentemente direcional)  $\underline{G}_d$  (que contém o cancelamento), o produto de convolução  $*$  e o operador associado  $g_d$  tais que

$$\begin{aligned}
 \underline{G}_d(\underline{x}, t) * f(\underline{x}, t) &= - \frac{\partial G}{\partial x_i} (\underline{x}, t) * f_i(\underline{x}, t) = \\
 &= - \frac{\partial}{\partial x_i} (f_i(\underline{x}, t) * G(\underline{x}, t)) \quad (I.26)
 \end{aligned}$$

e

$$\int_{\infty} g_d(\underline{x} - \underline{y}, t) f(\underline{y}, t) dV_{\underline{y}} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (f_i(\underline{x}, t) * G(\underline{x}, t)) \quad (I.27)$$

com

$$(\underline{G}_d)_i = - \frac{\partial G}{\partial x_i} \quad (I.28)$$

e

$$g_d = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{[\ ] \cdot \underline{e}_i}{4\pi\epsilon} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left( \frac{[\ ]}{\epsilon} + \frac{[\dot{\ ]}}{c_0} \right) \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon} \quad (I.29)$$

onde  $\underline{e}_i$  é o unitário da direção  $i$ . Longe da fonte, o campo gerado pela distribuição  $-\text{div } \underline{f}$  será indistinguível do da fonte pontual (direcional)  $\underline{F}(t)\delta(\underline{x} - \underline{y}_0)$ ,  $\underline{y}_0 \in \mathcal{D}$ , denominada um *dípolo*, para a qual

$$p(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left( \frac{[\underline{F}]}{\epsilon} + \frac{[\dot{\underline{F}}]}{c_0} \right) \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon} \quad (I.30)$$

Tem-se:

$$\underline{F}(t) = \int_D \underline{f}(\underline{y}, t) dV_{\underline{y}} \quad (I.31)$$

No campo afastado ( $r > \lambda$ ),  $\underline{r}/r \equiv \underline{x}/x = \underline{n}$  e

$$p(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi x c_0} [\dot{\underline{F}} \cdot \underline{n}] = \frac{1}{4\pi x c_0} [\dot{\underline{F}} \cos \theta] \quad (I.32)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre  $\dot{\underline{F}}$  e  $\underline{n}$  em  $t-x/c_0$ .

Um monopolo pode ser simulado por uma esfera (compacta) pulsante e um dipolo por uma esfera rígida, oscilando em torno do seu centro (i.e., por uma força pontual), ou por duas esferas pulsantes (dois monopolos) em oposição de fase (Figura I.4).

A distribuição de monopolos que dá origem ao mesmo campo que  $\underline{F}(t)\delta(\underline{x})$  é  $-\ell \underline{F} \cdot \text{grad } \delta(\underline{x})$ .

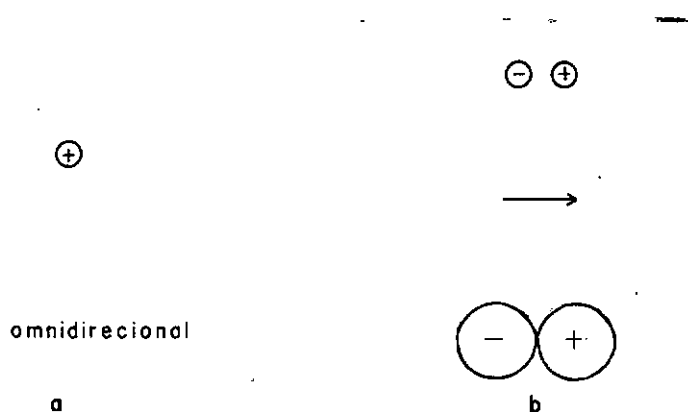


Figura I.4 - Monopolo e dipolo: a) Monopolo; b) Dipolo - representação esquemática e direcionalidade instantânea

Em um escoamento turbulento livre, onde há conservação de massa e quantidade de movimento ( $\dot{m} = f = 0$ ), as fontes características não podem ser monopolos ou dipolos. Mesmo se as fontes forem tomadas como as variações locais de densidade

( $Q = \partial^2 \rho / \partial t^2$ ) ou da quantidade de movimento ( $Q = -\partial / \partial t (\text{div } \rho \underline{y})$ ) - as duas escolhas são equivalentes - a eficácia obtida será nula. Faz-se necessário então o estudo de fontes de ordem superior. Estas fontes podem ser obtidas a partir das já examinadas.

### I.3.5 - Quadripolos

Seja  $f$  uma distribuição compacta de dipolos, tal que  $\int_V \underline{f} \, dV = 0$ . Então  $\underline{f}$  pode ser escrita

$$\underline{f} = - \text{div } \underline{T}, \quad f_i = - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{I.33})$$

$\underline{T}$  é uma densidade tensorial de segunda ordem com a dimensão de tensão e é denominada uma distribuição de *quadripolos*.

Pode-se definir uma função de Green tensorial  $\underline{G}_q$  e o produto de convolução  $:\star$  tais que :

$$\begin{aligned} \underline{G}_q(\underline{x}, t) : \star \underline{T}(\underline{x}, t) &= - \underline{G}_d \star \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial^2 G}{\partial x_i \partial x_j} \star T_{ij} = \\ &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (G \star T_{ij}) \end{aligned} \quad (\text{I.34})$$

assim,

$$(\underline{G}_q)_{ij} = \frac{\partial^2 G}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{I.35})$$

Para o operador correspondente, tem-se

$$\begin{aligned} g_q &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left( \frac{\underline{e}_i \cdot [ ] \cdot \underline{e}_j}{4\pi h} \right) = \\ &= \frac{1}{4\pi h} \left\{ \frac{h}{h} \cdot \left( \frac{3[ ]}{h^2} + \frac{3[\dot{ }]}{h c_0} + \frac{[\ddot{ }]}{c_0^2} \right) \cdot \frac{h}{h} - \left( \frac{\text{tr}[ ]}{h^2} + \frac{\text{tr}[\dot{ }]}{h c_0} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{I.36})$$

e para o quadripolo pontual  $\underline{T}(\underline{y}_0, t) = \int_V \underline{T}(\underline{y}, t) dV_{\underline{y}}$ , (ou para a distribuição  $\underline{T}(\underline{x}, t) = \underline{T}(t)\delta(\underline{x}-\underline{y}_0)$ )

$$p(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi r} \left[ \frac{r_i r_j}{r^2} \left( 3 \frac{T_{ij}}{r^2} + 3 \frac{\dot{T}_{ij}}{rc_0} + \frac{\ddot{T}_{ij}}{c_0^2} \right) - \left( \frac{T_{ii}}{r^2} + \frac{\dot{T}_{ii}}{rc_0} \right) \right] \quad (I.37)$$

No campo afastado, se  $r \equiv x$  vem

$$p(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi x c_0^2} \underline{n} \cdot \left[ \ddot{\underline{T}} \right] \cdot \underline{n} = \frac{n_i n_j}{4\pi x c_0^2} \frac{\partial^2 [T_{ij}]}{\partial t^2} = \frac{1}{4\pi x c_0^2} \frac{\partial^2 [T_{xx}]}{\partial t^2} \quad (I.38)$$

A função de Green  $(G_q)_{ij}$  é simétrica. Assim, se por construção for obtido um quadripolo não simétrico, apenas a parte simétrica contribui para a radiação sonora. Examinando o campo devido aos quadripolos base,  $T_{ij}$ , vê-se que existem dois tipos de quadripolos, dependendo de  $i = j$  ou não. No primeiro caso tem-se um quadripolo longitudinal, cuja direcionalidade no campo afastado é  $n_i^2$  (Figura I.5.a), e no segundo um quadripolo lateral de direcionalidade  $2n_i n_j$  (Figura I.5.b). Quadripolos longitudinais estão relacionados a tensões compressivas, e os laterais, a tensões cisalhantes (Figura I.5.c,d). Examinando a direcionalidade vê-se que para um quadripolo lateral tanto o fluxo instantâneo de massa quanto o de momentum são nulos, enquanto que para um quadripolo longitudinal apenas o fluxo de momentum é nulo. Isto pode ser compreendido pela observação da representação dos quadripolos por fontes simples (Figura I.5.e, f); embora ambos originem-se de distribuições de monopolos de eficácia nula, o retardamento (ou seja, a compressibilidade) permite que o cancelamento do fluxo de massa para um quadripolo longitudinal não seja total.

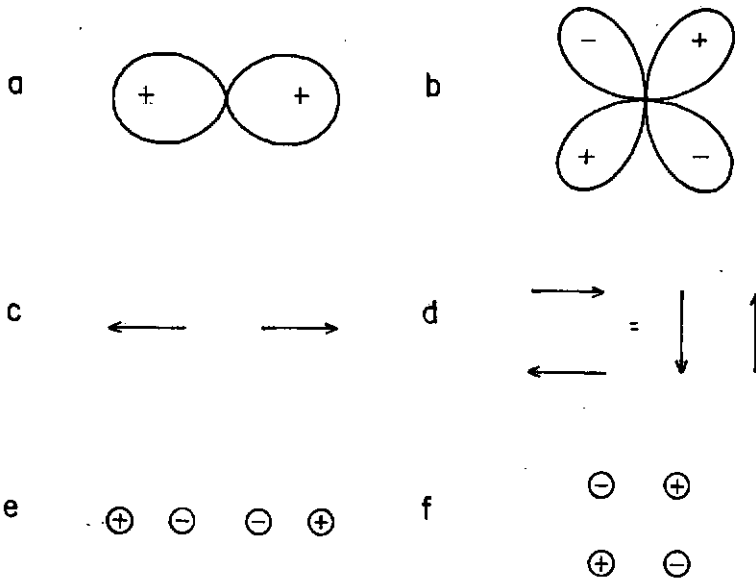


Figura I.5 - Quadripolo longitudinal (a,c,e) e lateral (b,d,f).  
Direcionalidade (a,b), representação por tensões  
(c,d) e por fontes simples (e,f)

Pela sua natureza tensorial, um quadripolo  $\underline{\underline{T}}$  possui, instantaneamente, três eixos principais. Visto segundo estas direções,  $\underline{\underline{T}}$  é representado (instantaneamente) por uma matriz diagonal, reduzindo-se a três quadripolos longitudinais mutuamente ortogonais, de soma  $T_{ij}$ . Mas em termos da radiação produzida uma distribuição isotrópica de tensões  $\underline{\underline{T}}$  é indistinguível de uma distribuição de monopolos  $\dot{m}$ , dada por

$$\dot{m} = \ddot{T}_{ij} / (3c_0^2) \quad (I.39)$$

como pode ser verificado a partir da equação (I.37) - ver Figura I.6.

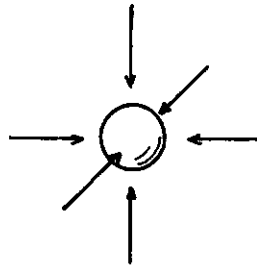


Figura I.6 - O movimento causado por uma distribuição isotrópica de tensões não pode ser diferenciado da vibração de um monopolo.

A parte equivalente ao monopolo pode ser isolada decompondo-se  $T_{ij}$  em uma parcela isotrópica  $(T_{kk}/3)\delta_{ij}$  e outra anisotrópica

$$J_{ij} = T_{ij} - \left(\frac{1}{3} T_{kk}\right)\delta_{ij} \quad (I.40)$$

O tensor  $J$  tem traço nulo e pode ser representado como uma distribuição de quadripolos laterais, usando-se o sistema de eixos em que a diagonal é nula, ou como uma distribuição de quadripolos longitudinais, usando-se o sistema de eixos principais. No entanto, ao ser usada esta representação, não deve ser esquecido que a soma dos valores dos três quadripolos longitudinais é nula, pois o traço é invariante.

A radiação quadripolar é associada à deformação de uma esfera sem movimento do centro de massa, mas apenas os quadripolos laterais são associados a deformações isovolumétricas.

As direções principais de emissão sonora são as dos eixos principais de  $\ddot{T}$ , que podem coincidir ou não com os de  $\underline{T}$ .

Aplicando-se o processo usado para a construção dos quadripolos, pode-se definir fontes de ordem superior (octupolos, etc.). A eficácia de um  $2^n$ -polo, bem como a função de Green correspondente, serão representadas por tensores de  $n^a$  ordem.

### I.3.6 - Intensidade e Potência Acústica

A intensidade acústica  $I(\underline{x}, t)$  é o fluxo de energia acústica por unidade de área e é dado por  $p\underline{v}$ , onde tanto a pressão quanto a velocidade referem-se a valores "acústicos".

No campo afastado tem-se  $v = p/(\rho_0 c_0)$  e

$$I(\underline{x}, t) = \frac{p^2(\underline{x}, t)}{\rho_0 c_0} \quad (I.41)$$

A intensidade média  $I(\underline{x})$ , que será chamada apenas de intensidade  $\bar{I}$

$$I(\underline{x}) = \bar{I}(\underline{x}, t) = \frac{\overline{p^2(\underline{x}, t)}}{\rho_0 c_0} \quad (I.42)$$

Para uma distribuição de fontes  $Q(\underline{x}, t)$ , ocupando uma região  $\mathcal{D}$  do espaço, a intensidade  $\bar{I}$  é dada por:

$$\begin{aligned} I(\underline{x}) &= \frac{\overline{p(\underline{x}, t)p(\underline{x}, t+\tau)}}{\rho_0 c_0} \Big|_{\tau=0} = \int_{\mathcal{D}} \frac{[Q(\underline{y}, t)]p(\underline{x}, t)}{4\pi\kappa\rho_0 c_0} dV_{\underline{y}} \\ &= \int_{\mathcal{D}} \int_{\mathcal{D}} \frac{[Q(\underline{y}, t)][Q(\underline{y}', t)]}{4\pi\kappa'\rho_0 c_0} dV_{\underline{y}'} dV_{\underline{y}} \end{aligned} \quad (I.43)$$

onde a integral em  $\underline{y}'$  representa a interferência da radiação total com a radiação emitida pelo ponto  $\underline{y}$ , e a integral em  $\underline{y}$ , a soma destes efeitos.

A potência acústica  $P$  é a quantidade média de energia que deixa a fonte por unidade de tempo

$$P(Q) = \int I(\underline{x}) \cdot dS \quad (I.44)$$

### I.3.7 - Som e Pseudo-Som

Na geração de ondas acústicas ocorre sempre movimento de fluido junto à fonte, como, por exemplo, o causado pela vibração da palheta de um instrumento musical. Grande parte deste movimento é incompressível e restringe-se à proximidade da fonte. Observando-se os campos (I.30) e (I.37), vê-se que no limite  $c_0 \rightarrow \infty$  (meio incompressível) nem todos os termos se anulam. Os termos restantes são os que são encontrados no estudo do escoamento incompressível ao redor de uma esfera oscilando (dipolo) ou executando vibrações quadripolares, e que podem ser chamados de "hidrodinâmicos". Perto da fonte estas variações de pressão são dominantes e podem ser ouvidas, sendo chamadas de *pseudo-som* em oposição às variações "acústicas" dominantes no

campo afastado.

Para um monopolo, um termo hidrodinâmico aparece no campo de velocidades; para um multipolo, a maior parte da energia é utilizada na movimentação perto da fonte e apenas parte dela é radiada como som. A isto se deve a baixa eficiência acústica dos multipolos.

### 1.3.8 - Algumas Observações

A solução geral para qualquer distribuição de fontes em campo livre é dada por  $Q * G$ . A especificação do tipo de fonte - a ordem do multipolo - é importante para fontes compactas. O aumento do número de derivadas espaciais corresponde a um maior cancelamento entre as fontes simples constituintes do multipolo - no campo afastado,  $\partial/\partial x_i = - (n_i/c_0) \partial/\partial t = -n_i \omega/c_0$  ( $\omega = 2\pi/\lambda$ ). Para o cálculo da intensidade e direcionalidade a partir de dados experimentais é conveniente, sempre que possível, a utilização de uma função de Green que já traga os efeitos de cancelamento e direcionalidade.

Uma distribuição de quadripolos pode, em casos especiais, ser indistinguível de um monopolo. Ambiguidades semelhantes ocorrerão com fontes de ordem mais elevada. Isto decorre do fato de que os multipolos não formam um conjunto linearmente independente de soluções da equação da onda.

Qualquer distribuição de fontes pode ser expressa como uma série de multipolos pontuais. Para fontes compactas, a aproximação pelo primeiro termo não nulo é satisfatória.

Uma distribuição compacta de fontes só apresenta as características de uma fonte pontual a uma distância maior que as dimensões da fonte ( $x > \ell$ ). O campo acústico muito perto da fonte (o campo imediato) será dominado pela interferência entre a radiação proveniente dos diversos pontos de  $\mathcal{D}$ .



Para fontes não compactas a interferência pode alterar completamente a direcionalidade esperada. Se  $\mathcal{D}$  puder ser decomposta em uma série de regiões independentes  $\mathcal{D}'$  compactas (i.e., as fontes  $Q'(\mathcal{D}')$  são incoerentes), não haverá interferência e a intensidade resultante será dada pela soma das intensidades das fontes  $Q'$ .

A função de Green aqui apresentada é válida para as condições de contorno de campo livre. A presença de barreiras sólidas modifica o campo, alterando a função de Green.

A acústica de um meio em movimento não é descrita pela equação (I.11), pois neste caso o produto  $v_i v_j$  não é negligenciável, sendo composto de termos acústicos e do escoamento. No entanto, a equação correspondente só tem solução analítica se o meio desloca-se com velocidade uniforme.

## CAPÍTULO II

### MODELOS MATEMÁTICOS

#### II.1 - A ANALOGIA DE Lighthill

As bases da teoria de geração aerodinâmica de ruído foram lançadas por Lighthill [1] quando, a partir das equações de balanço completas

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \quad (\text{II.1})$$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j + p \delta_{ij} + \tau_{ij}) = 0 \quad (\text{II.2})$$

chegou a uma equação da onda forçada, com o termo fonte determinado pelo escoamento.

Escrevendo a equação (II.2) como

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + c_0^2 \frac{\partial p}{\partial x_i} \delta_{ij} = - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II.3})$$

$$T_{ij} = \rho v_i v_j + (p - \rho c_0^2) \delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (\text{II.4})$$

e eliminando  $\rho v_i$  entre (II.1) e (II.2) obteve

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rho - c_0^2 \nabla^2 \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{II.5})$$

que pode ser interpretada como governando flutuações de densidade em um meio homogêneo e em repouso, sujeito a uma distribuição de tensões dada pela *diferença* entre as tensões reais no fluido e as tensões na situação de referência.

A equação (II.5) é exata: efeitos como convecção, refração e espalhamento das ondas acústicas pelo escoamento estão considerados em  $T_{ij}$ . Assim, a solução de (II.5) depende do conhecimento de  $T_{ij}$  que, por sua vez, seria determinado pelo escoamento, ou seja, proviria da resolução de (II.1) e (II.2).

A solução de (II.5) pode ser representada por

$$(\rho - \rho_0)(\underline{x}, t) = \int_{\infty} \frac{1}{4\pi |\underline{x} - \underline{y}|} \left[ \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_j} T_{ij}(\underline{y}, t) \right] dV_{\underline{y}} \quad (\text{II.6})$$

sendo (II.6) uma equação integral que não pode ser resolvida sem simplificações.

A essência da formulação de Lighthill é que como flutuações de densidade serão menores que flutuações de velocidade por um fator da ordem do quadrado do número de Mach das flutuações, em um grande número de aplicações a densidade em  $T_{ij}$  pode ser considerada constante ou não influenciada pela propagação das ondas acústicas, possibilitando o desacoplamento do problema acústico.

Os termos fonte foram amplamente discutidos por Lighthill [1, 2] e Ffowcs Williams [23]. Os termos viscosos são pouco importantes enquanto fontes acústicas: as flutuações em  $\tau_{ij}$  são inferiores às flutuações de  $\rho v_i v_j$  por um fator da ordem do número de Reynolds. Observe-se também que, para um fluido Stokesiano, com viscosidade  $\mu$ , constante, tem-se

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \tau_{ij} = \frac{4}{3} \mu \nabla^2 (\text{div } \underline{v}) \quad (\text{II.7})$$

que tende a zero com  $M$ . Com isto, pode-se escrever

$$T_{ij} = \rho v_i v_j + (p - \rho c_0^2) \delta_{ij} \quad (\text{II.8})$$

O termo  $(p - \rho c_0^2) \delta_{ij}$  será importante apenas na presença de altos gradientes ou de inhomogeneidades de temperatura e en-

tropia, que podem atuar como centros de espalhamento, (ver [14, 29, 30]), podendo ser desconsiderado em jatos de ar subsônicos frios.

O fluxo da quantidade de movimento  $\rho v_i v_j$ , é o termo principal em  $T_{ij}$ . Pode ser denominado *tensão de Reynolds instantânea* e aproximado por  $\rho_e v_i v_j$ , onde  $\rho_e$  é a densidade média do escoamento, normalmente considerada igual à densidade ambiente,  $\rho_0$ .

Reconhecendo  $T_{ij}$  como uma distribuição de quadripolos obtêm-se, para a solução de (II.5), de (I.34)

$$(\rho - \rho_0)(\underline{x}, t) = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{\infty} \frac{[T_{ij}(\underline{y}, t)]}{4\pi r} dV_{\underline{y}} \quad (\text{II.9})$$

Como no campo acústico  $T_{ij} \rightarrow 0$  e (II.5) reduz-se a

$$\square \rho = 0 \quad (\text{II.10})$$

a integral em (II.9) pode ser restrita à região  $\mathcal{D}$ , ocupada pelo escoamento. No campo afastado tem-se

$$(\rho - \rho_0)(\underline{x}, t) = \frac{n_i n_j}{4\pi x c_0^4} \int_{\mathcal{D}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [T_{ij}(\underline{y}, t)] dV_{\underline{y}} \quad (\text{II.11})$$

para a pressão sonora

$$p(\underline{x}, t) = \frac{n_i n_j}{4\pi x c_0^2} \int_{\mathcal{D}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [T_{ij}(\underline{y}, t)] dV_{\underline{y}} \quad (\text{II.12})$$

e para a intensidade

$$I(\underline{x}) = \frac{n_i n_j n_k n_\ell}{(4\pi x)^2 \rho_0 c_0^5} \int_{\mathcal{D}} \int_{\mathcal{D}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [T_{ij}(\underline{y}, t)] \frac{\partial^2}{\partial t^2} [T_{kl}(\underline{y}', t)] dV_{\underline{y}} dV_{\underline{y}'} \quad (\text{II.13})$$

ou, sendo  $\tau$  a diferença no tempo de *recepção* do sinal de uma fon

te em  $\underline{y}' = \underline{y} + \underline{\eta}$  e de uma fonte em  $\underline{y}$  e  $\hat{\tau}$ , a diferença no tempo de emissão da radiação destas fontes, que considera diferenças de percurso envolvidas na correlação ( $\hat{\tau} = \tau + (\underline{x} - \underline{x}')/c_0$ ), tem-se, com a hipótese de estacionariedade:

$$I(\underline{x}) = \frac{n_i n_j n_k n_\ell}{(4\pi x)^2 \rho_0 c_0^5} \int_{\mathcal{D}} \int_{\mathcal{D}'} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \left| \overline{T_{ij}(\underline{y}, 0) T_{kl}(\underline{\eta}, \hat{\tau})} \right| dV_{\underline{y}+\underline{\eta}} dV_{\underline{y}} \quad (II.14)$$

$$\left| \tau=0 \right.$$

$$\hat{\tau} = \tau + (|\underline{x} - \underline{y}| - |\underline{x} - \underline{y}'|)/c_0 \approx \tau + \underline{\eta} \cdot \underline{\eta}/c_0 \quad (II.15)$$

A integral interna sô é significativa em uma região de correlação  $\mathcal{D}'$ , centrada em  $\underline{y}$ , de dimensão característica  $\ell$ . Se os volumes de correlação  $\mathcal{D}'$  forem compactos ( $\ell \ll \lambda$ ), diferenças no tempo de emissão em  $\mathcal{D}'$  podem ser ignoradas, i.e., pode-se considerar  $\hat{\tau} = \tau$  e a integral externa transforma-se no somatório das intensidades dos diversos quadripolos.

A solução do problema envolve a determinação de correlações quádruplas de velocidade. Utilizando  $T_{ij} \approx \rho_0 v_i v_j$ , é conveniente expressar (II.12) e (II.13) na forma (I.38), que evidencia que apenas o componente da velocidade na direção do observador contribui para o som percebido por ele, como notou PROUDMAN [31]. Assim,

$$p(\underline{x}, t) = \frac{\rho_0^2}{4\pi c_0^2 x} \int_{\mathcal{D}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [v_x^2(\underline{y}, t)] dV_{\underline{y}} \quad (II.16)$$

e

$$I(\underline{x}) = \frac{\rho_0}{(4\pi x)^2 c_0^5} \int_{\mathcal{D}} \int_{\mathcal{D}'} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \left| \overline{v_x^2(\underline{y}, 0) v_x^2(\underline{\eta}, \hat{\tau})} \right| dV_{\underline{y}+\underline{\eta}} dV_{\underline{y}} \quad (II.17)$$

$$\left| \tau=0 \right.$$

Lighthill observou que, como os turbilhões são convectados pelo escoamento, as frequências observadas por um sensor estacionário não refletem as verdadeiras modificações de  $T_{ij}$ , incluindo também o efeito da convecção dos turbilhões, que pode ser representado por uma derivada espacial e eliminado por

uma aplicação do teorema de Gauss (representando assim um octupolo). Expressou a posição da fonte em um sistema de coordenadas  $\underline{\xi}$  que se desloca com velocidade uniforme  $\underline{U}_c$  e que coincide com  $\underline{y}$  no tempo de recepção  $t$ . No tempo de emissão  $t - r/c_0$ , tem-se, com  $M_c = \underline{U}_c/c_0$

$$\underline{\xi} = \underline{y} + M_c |\underline{x} - \underline{y}| = \underline{y} + M_c r \quad (\text{II.18})$$

$$d\underline{\xi} = d\underline{y}(1 - M_c \cdot r/r) \quad (\text{II.19})$$

de forma que (II.9) pode ser escrita como

$$p(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int \frac{T_{ij}(\underline{\xi}, t - |\underline{x} - \underline{y}|/c_0)}{r - M_c \cdot r} dV_{\underline{\xi}} \quad (\text{II.20})$$

No campo de radiação, fazendo uso de

$$\left( \frac{\partial}{\partial x_i} r \right)_{\xi = \text{cte}} = \frac{r_i}{r - M_c \cdot r} = \frac{r_i}{r(1 - M_c \cos \theta)} \quad (\text{II.21})$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre o observador e o eixo do jato (a direção de  $\underline{U}_c$  foi suposta axial) obtém-se

$$p(\underline{x}, t) = \frac{1}{(1 - M_c \cos \theta)^3} \frac{n_i n_j}{4\pi c_0^2 x} \int_V \frac{\partial^2}{\partial t^2} T_{ij}(\underline{\xi}, t - r/c_0) dV_{\underline{\xi}} \quad (\text{II.22})$$

O significado de (II.22) é que a convecção uniforme de um padrão "congelado" de turbulência seria silenciosa: é a deformação do padrão que produz som. O efeito da convecção é amplificar o ruído gerado - o aumento na intensidade do ruído emitido na direção do movimento é maior que a redução no emitido para trás.

Um dos fatores  $C^{-1}$ , com

$$C = (1 - M_c \cos \theta) \quad (\text{II.23})$$

em (II.22) é devido à modificação aparente do volume das fontes (equação (II.19)), e os outros dois, às derivadas (equação (II.21)) - a alteração no volume aparente das fontes modifica também o cancelamento da radiação emitida pelos monopolos constituintes do quadripolo.

Oito anos se passaram antes que FLOWERS; WILLIAMS [32, 33] notasse que, como o volume total das fontes - a região ocupada pelo escoamento turbulento - é fixo no espaço, a intensidade não será modificada por  $C^{-6}$ , mas por  $C^{-5}$ , já que a integral externa deve ser realizada no referencial fixo, mas não as derivadas. Daí resulta que [33]:

$$I(\underline{x}) = \frac{n_i n_j n_k n_\ell}{(4\pi x)^2 \rho_0 c_0^5 (1 - M_c \cos \theta)^5} \int_V \int_{V'} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \left| \overline{T_{ij}(\underline{y}, 0) T_{kl}(\underline{z}, \bar{\tau})} dV_{\underline{y} + \underline{z}} dV_{\underline{y}} \right|_{\tau=0} \quad (II.24)$$

com a separação  $\underline{z}$  dada por

$$\underline{z} = \underline{\xi} - \underline{\xi}' - \underline{U}_c \tau = \underline{\eta} - \underline{U}_c \bar{\tau} \quad (II.25)$$

e

$$\bar{\tau} = \tau + \underline{\eta} \cdot \underline{\eta} / c_0 = \frac{\tau + \underline{z} \cdot \underline{\eta} / c_0}{1 - M_c \cos \theta} \quad (II.26)$$

Escrevendo

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} T_{ij} \sim \omega^2 \rho v_i v_j \quad (II.27)$$

com  $\omega$  (frequência angular)  $\propto U/\ell$ , vem

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} T_{ij} \propto U^4 \text{ e } I \propto U^8 \quad (II.28)$$

a lei  $U^8$ , de Lighthill, confirmada por experimentos e proveniente da origem quadripolar do campo acústico gerado pela turbulên

lência. (A influência da convecção em (II.28) é discutida no Ca  
pítulo III).

Para mostrar a adequação de considerar as fontes acū-  
ticas como quadripolos, Lighthill [2], combinando as equações  
de balanço (II.1) e (II.2) escreveu

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i v_j) &= (p \delta_{ik} + \tau_{ik}) \frac{\partial v_j}{\partial x_k} + (p \delta_{jk} + \tau_{jk}) \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \\ &- \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho v_i v_j v_k + (p \delta_{ik} + \tau_{ik}) v_j + (p \delta_{jk} + \tau_{jk}) v_i) \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

que pode ser tomada como uma equação de balanço para os quadri-  
polos. O último termo é um octupolo. Representa distribuição de  
energia no escoamento e sua integral (instantânea) consequente-  
mente é nula. Abandonando este termo e os termos viscosos tem-  
se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_i v_j = \bar{p} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = p e_{ij} \quad (\text{II.30})$$

O termo  $p e_{ij}$  pode ser considerado a "fonte" em (II.29),  
o que confirma a existência de um campo de quadripolos de eficā-  
cia não nula.

Além disto considerando apenas a tensão de Reynolds ins-  
tantânea, nesta aproximação, tem-se

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} T_{ij} = \frac{\partial^2 \rho v^2}{\partial t^2} = 2 \frac{\partial}{\partial t} (p \operatorname{div} \underline{v}) \quad (\text{II.31})$$

que para baixo  $M$  é igual a zero, mostrando que um escoamento  
turbulento, a baixo número de Mach, comporta-se como uma distri-  
buição de quadripolos laterais.



## II.2 - ABORDAGENS EQUIVALENTES

O conceito da analogia acústica de Lighthill - a excitação determinada pelo escoamento, agindo em um meio em repouso - teve grande aceitação. O termo fonte pode ser manipulado para ressaltar uma propriedade conveniente do escoamento, obtendo-se assim uma variante da analogia.

As variações mais interessantes enfatizam aspectos da geração de ruído por um escoamento quasi incompressível e são devidas a RIBNER [22, 34] e a POWELL [21, 35], que negligenciaram os termos viscosos e variações de  $c$  na equação de Lighthill (II.5), que reescrita para a pressão, com estas aproximações passa a

$$\square p = \frac{\partial^2 \rho v_i v_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{II.32})$$

MEECHAM e FORD [36] e RIBNER [22, 34, 37], apontaram que, em um escoamento incompressível de (II.2 e II.7)

$$\nabla^2 p = - \frac{\partial^2 \rho v_i v_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{II.33})$$

Ribner separou a pressão  $p$  em dois componentes,  $p^0$ , hidrodinâmico e idêntico a  $p$  em (II.33) (pseudo-som) e  $p^1$ , devido à propagação de ondas acústicas.

Escreveu

$$\square p = \square p^0 + \square p^1 = \frac{\partial^2 \rho v_i v_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{II.34})$$

Como  $\nabla^2 p^0$  é dado por (II.33) vem:

$$\square p^1 = - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p^0 \cong \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (\text{II.35})$$

A pressão acústica  $p^1$  é interpretada como gerada pelas variações locais de densidade em um meio compressível, devidas às variações da pressão hidrodinâmica  $p^0$ .

Esta idéia é sem dúvida interessante, e embora a teoria seja matematicamente equivalente à de Lighthill, uma extensa controvérsia desenvolveu-se quanto à sua aplicabilidade, quanto à convergência da solução e à possibilidade do abandono de diferenças de retardamento em uma região de correlação [38-41], pois  $\ddot{p}^0/c_0^2$  representa uma distribuição de monopolos de eficácia nula que, se calculada a partir de dados experimentais não muito bem especificados, diverge ( $p^0$  varia com  $x^{-3}$ ). DOAK [41], em uma demonstração longa e complexa, mostrou que considerando-se  $\ddot{p}$  como fonte, tem-se as mesmas vantagens (e limitações) da analogia de Lighthill. Apesar disso, Ribner, em seus trabalhos posteriores utiliza o formalismo de Lighthill, provavelmente porque o uso de  $\ddot{p}^0/c_0^2$  (que para baixo número de Mach deve corresponder a uma distribuição de quadripolos laterais) torna deveras complicado o tratamento de fontes direcionais, o que é, por outro lado, facilitado pelo uso de  $T_{ij}$ .

POWELL [21, 35] apontou para a equivalência entre um vórtice anular e uma camada de dipolos e para o fato de que para alterar a área de um vórtice anular é necessária uma força localmente igual a  $\rho \underline{w} \times \underline{v}$  ( $\underline{w} = \text{rot } \underline{v}$ ). Defendeu que "a mesma ação que causa a formação de vórtices ou turbilhões, também dá, simultaneamente, origem à radiação sonora".

Escreveu

$$\text{div}(\rho \underline{v} \otimes \underline{v}) = \rho \underline{w} \times \underline{v} + \nabla \frac{1}{2} \rho v^2 - \underline{v} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{2} v^2 \nabla \rho \quad (\text{II.36})$$

Como, por considerações dimensionais, os dois últimos termos são negligenciáveis para  $M^2 \ll 1$ , tem-se

$$\frac{\partial^2 \rho v_i v_j}{\partial x_i \partial x_j} \cong \nabla \cdot (\rho \underline{w} \times \underline{v} + \nabla \frac{1}{2} \rho v^2) \quad (\text{II.37})$$

e

$$\square p = \nabla \cdot (\rho \underline{w} \times \underline{v}) + \nabla^2 \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (\text{II.38})$$

A equação (II.38) relaciona causalmente a radiação sonora a variações na vorticidade e na energia cinética. O primeiro termo é dominante - a razão entre as eficácias dos dois termos é proporcional a  $M^2$  [42, 43] - ; no limite incompressível a eficácia do termo  $\nabla^2 v^2/2$  é nula (o que reflete a conservação da energia mecânica) de forma que pode-se pensar no campo acústico como totalmente induzido pela vorticidade. Esta hipótese, embora implícita na equação de Lighthill (se as flutuações acústicas em  $\underline{v}$  não são consideradas no cálculo de  $T_{ij}$ , e o escoamento é suposto incompressível, tem-se  $\underline{v} = \underline{v}(\underline{w})$ ) só foi demonstrada formalmente por HOWE [43], que mostrou que para escoamento potencial homentrópico,  $\nabla^2 v^2/2$  e os outros termos abandonados pertencem ao operador e não à fonte.

MÖRING [44], engenhosamente, a partir de (II.38), que para baixo número de Mach reduz-se a

$$\square p = \rho_0 \nabla \cdot (\underline{w} \times \underline{v}) \quad (\text{II.39})$$

relacionou linearmente a pressão acústica à vorticidade: A solução de (II.39) pode ser representada na notação do Capítulo I por

$$p(\underline{x}, t) = \rho_0 (\text{grad } G) \cdot (\underline{w} \times \underline{v}) \quad (\text{II.40})$$

e  $\underline{w} \times \underline{v}$  relaciona-se com a geração de vorticidade pela equação de Helmholtz, que para um fluido incompressível é

$$\frac{\partial \underline{w}}{\partial t} + \text{rot}(\underline{w} \times \underline{v}) = 0 \quad (\text{II.41})$$

Definindo-se uma função de Green vetorial  $\underline{G}_w$ , segundo

$$\text{rot } G_w(\underline{x}, t) = \text{grad } G(\underline{x}, t) = - G_d(\underline{x}, t) \quad (\text{II.42})$$

pode-se escrever

$$p = - \rho_0 G_w \cdot \text{rot}(\underline{w} \times \underline{v}) = \rho_0 G_w \cdot \frac{\partial \underline{w}}{\partial t} = \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (G_w \cdot \underline{w}) \quad (\text{II.43})$$

O problema é que a condição de existência de  $G_w$  é  $\nabla^2 G(\underline{x}, t) = 0$ , que não é normalmente satisfeita já que

$$\frac{\partial^2}{\partial y_i^2} G(\underline{x}-\underline{y}, t-t_0) = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t_0^2} G(\underline{x}-\underline{y}, t-t_0) - \delta(\underline{x}-\underline{y}) \delta(t-t_0) \quad (\text{II.44})$$

Como o primeiro termo tende a zero com M e o segundo é nulo no campo acústico,  $G_w$  pode, em vários casos, existir. São mostrados exemplos onde a solução é possível. A intensidade acústica é expressa em função de correlações de flutuações de vorticidade em lugar das correlações de flutuações do quadrado da velocidade.

### II.3 - DESENVOLVIMENTOS DA TEORIA

A analogia de Lighthill tem sido largamente utilizada e estendida. A partir dela, PROUDMAN [31] estudou teoricamente a geração de ruído por turbulência isotrópica, Lighthill [45], o espalhamento pela turbulência da radiação por ela produzida e CURLE [46], fazendo uso da função de Green apropriada, estendeu a teoria para meios com barreiras sólidas, mostrando que a sua existência pode dar origem a radiação dipolar ou monopolar. POWELL [47], no entanto, mostrou que no caso de camada limite turbulenta sobre placa plana, as principais fontes não eram, como se acreditava (ver por exemplo [19]), dipolos com o eixo paralelo à placa: uma fronteira rígida e infinita funciona como um refletor acústico, de forma que a distribuição de dipolos na placa tem eficácia nula, pois é idêntica à imagem da distribuição de quadripolos devida ao escoamento turbulento. FFWOCS WILLIAMS [48] estendeu este resultado para fronteiras não rígi-

das, mostrando que o efeito de vibração da fronteira é apenas alterar a fase da distribuição imagem. Nos dois casos, não há aumento da ordem de magnitude da radiação que continua de origem quadripolar. Arestas, pela possibilidade de descolamento de vórtices, podem dar origem a forte radiação dipolar.

FFWOCS WILLIAMS [33] estudou o efeito da convecção a altas velocidades, com ênfase no problema de jatos em movimento, quando o fator de convecção passa a  $C_A C^{-5}$ ,  $C_A$  referido ao número de Mach do movimento. A dominância do fator de convecção devido ao escoamento,  $C^{-5}$ , explica porque um avião é mais ouvido *após* a sua passagem. Deduziu uma relação entre o espectro da turbulência e o ruído gerado e mostrou (também RIBNER [22, 34]) que a singularidade em  $C^{-5} = (1 - M_C \cos \theta)^{-5}$  é aparente: se diferenças de retardamento em uma região de correlação, devidas ao tamanho finito das fontes, são consideradas,  $C$  é modificado para  $C_\epsilon$ ,

$$C_\epsilon = \{C^2 + (\epsilon M_C)^2\}^{1/2} = \{(1 - M_C \cos \theta)^2 + (\omega \ell_1 / c_0)^2 \pi^{-1}\}^{1/2} \quad (\text{II.45})$$

onde  $\omega$  é uma frequência típica da turbulência em um turbilhão de escala longitudinal  $\ell_1$  (a forma e orientação dos turbilhões pode ser considerada em  $C_\epsilon$  pela inclusão em  $\epsilon$  das outras escalas espaciais). A correção só é significativa nas proximidades da singularidade. A menos desta região,  $C$  pode ser expresso, para qualquer velocidade de convecção por

$$C = |1 - M_C \cos \theta| \quad (\text{II.46})$$

FFOWCS WILLIAMS e HAWKINGS [49] estenderam a teoria para meios com corpos sólidos e fronteiras em movimento e FFWOCS WILLIAMS [50], utilizando a solução de Curle, modelou o problema de geração de ruído por um jato turbulento por quadripolos próximos a uma lâmina de vorticidade, modelo que foi desenvolvido e ampliado por DOWLING, FFWOCS WILLIAMS e GOLDSTEIN [30],

constituindo uma generalização poderosa da analogia de Lighthill e que, por estar também ligada a outras abordagens, será discutida na seção seguinte.

## II.4 - OUTRAS ABORDAGENS

### II.4.1 - Introdução

Apesar da beleza conceitual da analogia de Lighthill, o problema de geração de ruído por turbulência ainda é um problema aberto, como têm apontado vários autores.

A equação de Lighthill (II.5) é exata, mas sua resolução exata é praticamente impossível. Como a fonte é o escoamento, os efeitos de interação entre as ondas acústicas e o escoamento estão incluídos na fonte, necessitando ser modelados. A consideração  $\rho = \rho_0 = \text{cte}$  que permite a sua resolução leva, forçosamente, à omissão destes efeitos, dos quais o mais importante é a convecção das ondas acústicas pelo escoamento e consequente refração pelo gradiente de velocidade, responsável, no caso do jato, pela rarefação das altas frequências na direção axial.

Iniciadas com PHILLIPS [51] as tentativas de encontrar o operador correto e, conseqüentemente as "verdadeiras" fontes - as equações de partida são sempre as mesmas - multiplicaram-se, sendo frequente a publicação de "novas teorias" de geração aerodinâmica de som.

Uma nova teoria nada mais é do que uma reformulação de

$$\square C = Q \quad (II.47)$$

para

$$\square (C - f(Q)) = Q - \square f(Q) = Q_1 \quad (II.48)$$

onde  $f(Q) = 0$  se  $Q = 0$  ou, sendo  $\partial$  um operador diferencial, para

$$\partial\{\square(C + f(Q))\} - \partial_1(Q_a) = \partial_2(Q_b) = Q_2 \quad (\text{II.49})$$

onde tem-se  $\partial_1 Q_a + \partial_2 Q_b = \partial Q_1$

Como apontou FFWOCS WILLIAMS [24], as possibilidades são infinitas, não sendo muitas vezes possível apontar uma escolha como mais correta. O único critério é o da aplicabilidade, solvabilidade, não ambigüidade na solução, o máximo de simplicidade e, sempre que possível, a possibilidade do estabelecimento de uma analogia, o lado esquerdo representando a propagação de perturbações em uma situação de referência conhecida.

Alternativas da forma (II.49), ao introduzir novas derivadas, podem tornar o problema não causal. DOAK [41, 52], que insiste que solvabilidade e simplicidade não são importantes, consegue chegar a um grau de complexidade tal que dificulta a aplicação de sua "teoria unificada".

Um sumário interessante e instrutivo das principais alternativas possíveis foi feito por RIBNER [16, 53] que escreveu a equação de Lighthill (II.5) para a pressão como

$$\left\{ \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right\} p = \rho \frac{\partial^2 u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} + 2\rho \frac{\partial U_1}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial x_1} - \left( \frac{1}{c^2} \frac{D^2}{Dt^2} p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right) + (\dots) \quad (\text{II.50})$$

onde a velocidade  $\underline{v}$  é escrita como  $\underline{v}(\underline{x}, t) = U(r)\underline{e}_1 + \underline{u}(\underline{x}, t)$ ; os termos abandonados não são importantes para jatos frios e envolvem, na sua maior parte, termos necessários ao completamento da derivada total,  $D/Dt = \partial/\partial t + v_i \partial/\partial x_i$ .

O termo entre parêntesis responde pela convecção das ondas acústicas pelo escoamento e é normalmente ignorado na solução da equação de Lighthill. Passado para o operador, trans-

forma a equação na *equação convectiva da onda*, que prevê refração das altas frequências. O termo central (o "ruído de cisalhamento"), linear, acopla o escoamento médio e as flutuações turbulentas e responde, enquanto fonte por um aumento da emissão sonora na direção axial (ver Capítulos III e IV), e enquanto termo de propagação, por este aumento apenas para as baixas frequências emitidas *no sentido* do escoamento, quando tomado em conjunto com os termos de convecção. Apenas o primeiro termo, o "ruído próprio", que depende apenas de flutuações de velocidade, seria uma fonte verdadeira. Os outros seriam "fontes virtuais" que agem como condições de contorno, fornecendo a interação entre as ondas sonoras e o escoamento, modificando a radiação do ruído próprio. No entanto, o crescente aumento de complexidade causado pelo maior número de termos no operador dificulta em muito a solução, além de introduzir, em vários casos, novos problemas conceituais.

A seguir, as principais alternativas são examinadas. DOAK [41], em uma revisão extremamente crítica, mas nem por isso pouco interessante, analisa também algumas outras abordagens. Revisões interessantes que examinam o problema do equacionamento foram feitas também por FFWOCS WILLIAMS [23, 24, 54], RIBNER [16] e CRIGHTON [7].

#### II.4.2 - As Equações de Phillips e de Lilley

A primeira variante da abordagem de Lighthill foi realizada por PHILLIPS [51], que visando o problema de jatos supersônicos, "relutantemente" abandonou a analogia de Lighthill e derivou, usando  $\rho = \rho(p, \text{entropia } S)$ , a seguinte equação convectiva da onda para a pressão logarítmica,  $p = \log(p/p_0)$ , onde  $p_0$  é uma pressão de referência:

$$\left\{ \frac{D^2}{Dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( c^2 \frac{\partial}{\partial x_j} \right) \right\} p = \gamma \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \gamma \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{c_p} \frac{DS}{Dt} \right) - \gamma \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.51})$$

onde  $\gamma = c^2 \rho / p$  e  $c_p$  é o calor específico a pressão constante. Os



dois últimos termos, relacionados com a dissipação por condução de calor e viscosidade, podem ser normalmente abandonados, deixando como fonte o termo

$$\gamma \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial x_i}$$

O maior mērito da equação de Phillips ē ter retirado a densidade do termo fonte, o que ē obtido atravēs da escolha da variāvel dependente, a qual ē quase uma entalpia, pois

$$dp = d \log(p/p_0) = \frac{dp}{p} = \left(\frac{\gamma}{c^2}\right) \frac{dp}{\rho} \quad (\text{II.52})$$

antecipando o procedimento que seria usado mais tarde por CROW [39], YATES e SANDRI [55] e HOWE [43].

A abordagem de Phillips baseia-se na suposiçāo de que o operador do lado esquerdo de (II.51) descreve corretamente a propagaçāo de ondas acūsticas em um meio de propriedades mēdias variāveis, hipōtese que foi criticada por vārios autores (p. ex. [41, 43, 56]), embora poucos tenham apontado para o que talvez constitua o seu ponto mais fraco: a equaçāo de Phillips nāo define uma situaçāo de referēncia.

LILLEY[56, 57] objetou ā equaçāo (II.51) por incluir na fonte termos lineares nas flutuaçōes de velocidade (o termo de cisalhamento), nāo sendo, na sua opiniāo, a equaçāo correta para descrever a propagaçāo de pequenas perturbaçōes em um escoamento com cisalhamento.

Tomando  $D/Dt$  de (II.51), abandonando os termos de dissipaçāo, decompondo todas as grandezas em um termo mēdio e uma flutuaçāo e negligenciando produtos de flutuaçōes que nāo de flutuaçōes de velocidades, que sāo retidos como fonte, obteve a equaçāo que para um jato circular com  $\bar{v} = U_1(r)$  pode ser expressa por:

$$\begin{aligned}
 \left\{ \frac{\bar{D}}{Dt} \left( \frac{D^2}{Dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{c}^2 \frac{\partial}{\partial x_i}) \right) + 2 \frac{dU_1}{dr} \frac{\partial}{\partial x_1} (\bar{c}^2 \frac{\partial}{\partial r}) \right\} p = \\
 = - 2\gamma \frac{dU_1}{dr} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \frac{\partial u_r}{\partial x_j} + \gamma \frac{\bar{D}}{Dt} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)
 \end{aligned} \quad (II.53)$$

onde

$$\frac{\bar{D}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \quad (II.54)$$

O operador do lado esquerdo de (II.53) é a forma compressível do operador de Rayleigh, que governa a instabilidade do escoamento médio. O último termo responde por efeitos de interação do gradiente de velocidade (médio) com as ondas acústicas e vem da derivada material do termo de cisalhamento.

A equação de Lilley tem sido criticada por não ser, como as de Lighthill e Phillips, causal: existem soluções não nulas para  $Q \equiv 0$ , as soluções de instabilidade, e o resultado é o acoplamento dos modos de vorticidade e acústicos [43, 55]. Além disso, nem (II.51) nem (II.53) possuem solução analítica conhecida. No entanto, formas modificadas de (II.53) têm fornecido resultados satisfatórios [58-62]. Quanto aos resultados de MANI [61, 62], entretanto, DOWLING et al. [30] mostraram que a equação obtida aproxima-se mais da equação de Lighthill do que da de Lilley (ver também as correções de KEMPTON [63] relativas a [62]). A validade da equação de Lilley é extensamente discutida em [7, 16, 30, 41, 43, 61].

#### II.4.3 - As Decomposições em Termos Solenoidais e Irrotacionais - As Teorias de Crow e Doak

CROW [39] mostrou que a solução (II.9) da equação de Lighthill só é correta se  $\underline{v}$  for tomado como a parte solenoidal do campo de velocidade (hipótese que, como observou, é adotada implicitamente por Lighthill em [19], pág. 171). Caso contrário, a menos que a turbulência tenha uma duração finita no tempo, não é válida a passagem de (II.6) para (II.9).

Separou  $\underline{v}$  em uma parte solenoidal  $\underline{u}$  e outra, escrita como o gradiente de um potencial escalar  $\Phi$

$$\underline{v} = \underline{u} + \text{grad } \Phi \quad (\text{II.55})$$

Considerando apenas processos isentrópicos Crow escreveu um sistema de equações para as incógnitas  $\underline{u}$ ,  $\Phi$ ,  $p$  e  $\rho$ , no qual aparece a entalpia  $H$ , definida por

$$H = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \int \frac{dp}{\rho} + \frac{v^2}{2} \quad (\text{II.56})$$

e notou que "quando um campo concentrado de vorticidade  $\bar{\epsilon}$  estabelecido subitamente,  $H$  cresce subitamente em todo o espaço e  $\Phi$  começa a crescer, também em todo o espaço".

Mostrou que o quadripolo  $T_{ij} = \rho_0 u_i u_j$  corresponde ao primeiro termo de uma expansão assintótica, sendo a solução válida para baixo  $M$ . Para outras tentativas de equacionar o problema por métodos de perturbações, ver referências em [15, 23, 54].

DOAK [41] criticou a formulação de Lighthill pela escolha de  $\rho$  como variável dependente - escolha esta baseada no fato de que  $\bar{\epsilon}$  é a densidade e não a pressão que é "bem comportada" em um escoamento turbulento incompressível [3] - por não levar em conta efeitos de condução de calor, que não são governados pela equação da onda, propondo o uso da pressão em vez da densidade. Criticou todas as teorias existentes, a menos da de Lilley, por não explicitarem completamente a interação do escoamento com as ondas acústicas. Elogiou alguns pontos do trabalho de Crow, mas criticou a separação (II.55), por não terem as flutuações de  $\underline{u}$  ou de  $\text{grad } \Phi$  média nula. Propôs a separação em partes solenoidal e irrotacional da *quantidade de movimento*  $\rho \underline{v}$  [41, 52] segundo.

$$\rho \underline{v} = \underline{Z} + \text{grad } \Psi \quad (\text{II.57})$$

já que  $\overline{\underline{Z}_i} = \overline{\text{grad } \Psi_i} = 0 = \text{grad } \bar{\Psi}$  e  $\overline{\rho \underline{v}} = \underline{\bar{Z}}$ .

Assim,  $\Psi$  depende apenas de flutuações de densidade ( $\nabla^2 \Psi' = \dot{\rho}$ ) e  $\underline{Z}'$  é a parte "turbulenta" de  $p_y$ . Derivou uma equação de 4.<sup>a</sup> ordem para  $\Psi'$ , onde a fonte quadripolar é especificada em termos de  $\underline{Z}$  [52].

YATES e SANDRI [55] objetaram a este procedimento por que  $p_y$  pode ser rotacional mesmo que o escoamento não o seja, acusando Doak de aumentar a confusão existente no processo de identificação das fontes.

Não foram encontrados na literatura prosseguimentos do trabalho de Doak, o que é compreensível devido à maior simplicidade e operacionalidade das abordagens descritas a seguir.

#### II.4.4 - A Entalpia e a Geração Aerodinâmica de Som - As Formulações de Yates e Sandri e Howe

YATES e SANDRI [55] e HOWE [43] desenvolveram, na mesma época e independentemente, trabalhos semelhantes. Ambos têm alguma base no trabalho de Crow, utilizam a decomposição (II.55) e adotam como variáveis principais uma forma de entalpia e o potencial de velocidades. Curiosamente, o primeiro está relacionado com a versão de Ribner da analogia de Lighthill, enquanto o segundo está com a versão de Powell. Estes trabalhos são interessantes e merecem ser examinados em detalhe.

YATES e SANDRI usaram como variáveis principais  $\Phi$  e a entalpia de Bernouilli  $H$

$$H = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \int \frac{dp}{\rho} + \int T dS + \frac{1}{2} |\text{grad } \Phi|^2 \quad (\text{II.58})$$

onde  $T$  é a temperatura absoluta.

Mostraram que a propagação de ondas acústicas em um escoamento irrotacional e homoentrópico é governada por

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{|\text{grad } \Phi|^2}{2} \right) - c^2 \nabla^2 \Phi \equiv L_1 \Phi = 0 \quad (\text{II.59})$$

Nesta situação  $H = H_\infty = \text{cte}$ . No caso da existência de inhomogeneidades de vorticidade e entropia, a "constante" de Bernouilli  $H$  não é mais constante e o lado direito de (II.59) deve ser modificado, obtendo-se

$$L_1 \Phi = \frac{DH}{Dt} - \gamma \frac{TdS}{dt} \quad (\text{II.60})$$

com  $H$  definido por

$$\begin{aligned} \nabla^2 H = & - \frac{\partial^2 u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \text{div}(T \text{grad} S) - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left( u_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \left( \frac{\tau_{ij}}{\rho} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.61})$$

onde os três últimos termos refletem a interação entre o escoamento potencial e o rotacional e a dissipação viscosa.

À semelhança do pseudo-som de Ribner,  $H$  obedece uma equação de Poisson, mas não apresenta problemas de convergência: é uma fonte estritamente local (ao contrário do observado por Crow) - fora da região contendo variações de vorticidade e entropia,  $H$  é constante e igual a  $H_\infty$ . A pressão acústica em qualquer ponto é dada por  $-\rho_0 \partial \Phi / \partial t$ , que é equivalente a  $p^1$  na equação (II.34).

HOWE [43], que nas palavras de FFWOCS WILLIAMS [54] "une o método de expansões assintóticas com a obra prima de Lighthill", partiu de

$$\Phi = \Phi_0(\underline{x}) + \Phi_1(\underline{x}, t) \quad (\text{II.62})$$

obteve a equação (II.59) e, tomando a derivada parcial em relação ao tempo desta equação, escreveu o resultado como

$$\frac{\partial}{\partial t}(L_1 \Phi) = L_2(\dot{\Phi}) = \left\{ \frac{D^2}{Dt^2} + \frac{Dv_i}{Dt} \frac{\partial}{\partial x_i} - c^2 \nabla^2 \right\} \dot{\Phi} = 0 \quad (\text{II.63})$$

Mostrou que  $\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_1$  é a variável natural para conduzir a análise: (II.63) linearizada é a equação convectiva da onda, a qual não é satisfeita por  $\Phi$ ,  $p$ ,  $\rho$  ou pelas flutuações de  $p$  e  $\rho$ , nem mesmo para baixo número de Mach. Sugeriu que a propagação de som em um escoamento arbitrário deve ser governada por um operador semelhante a  $L_2$  e mostrou que, no caso rotacional não homogêneo, a variável natural é a entalpia de estagnação  $B$ ,

$$B = \int \frac{dp}{\rho} + \int T dS + \frac{1}{2} v^2 \quad (\text{II.64})$$

Incluindo em  $L_2$  a possibilidade de variação de  $c$  e negligenciando efeitos viscosos, obteve:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{c^2} \frac{D}{Dt} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{Dv}{Dt} \cdot \nabla - \nabla^2 \right\} B = \\ & = \text{div}(\underline{w} \times \underline{v} - T \text{grad} S) - \frac{1}{c^2} \frac{Dv}{Dt} \cdot \{ \underline{w} \times \underline{v} - T \text{grad} S \} \\ & + \frac{D}{Dt} \left( \frac{T}{c^2} \frac{DS}{Dt} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{c_p} \frac{DS}{Dt} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.65})$$

É interessante comparar esta equação com a equação de Phillips, (II.51): se na dedução de (II.51) substituirmos  $c^2 dp/\gamma$  por  $dp/d\rho$  (o primeiro termo em  $dB$ ), obteremos o operador de Howe, a menos do termo central. Os termos em  $TdS$  aparecem do lado direito se substituirmos  $dp/\rho$  por  $dB$ .

O termo central do operador é um termo de interação do escoamento com as ondas acústicas. É este termo que, definindo a situação de referência - escoamento irrotacional isentrópico - permite o estabelecimento de uma analogia. Na equação (II.63) este termo surge da inclusão de  $\nabla^2 v^2/2$  no operador e, no caso geral, expresso por (II.65),  $\nabla^2 v^2/2$  está repartido entre o operador

(em  $D\underline{v}/Dt$  e  $\nabla^2 B$ ) e a fonte (em  $D\underline{v}/Dt$ ).

Howe forneceu o elo necessário para a demonstração da conclusão de Powell de que, na ausência de fontes de calor e entropia, o campo acústico é inteiramente determinado pela vorticidade, sendo parte integral do escoamento.

CRIGHTON [7] notou que a formulação de Möring (II.43) relaciona *todo* o campo acústico à geração de vorticidade, pois para um fluido compressível e invíscido tem-se

$$\frac{\partial \underline{w}}{\partial t} = -\text{rot}(\underline{w} \times \underline{v} - T \text{grad} S) \quad (\text{II.66})$$

Na formulação de Howe, a interação entre os componentes irrotacionais e solenoidais de  $\underline{v}$  estão em  $\underline{u} \times \underline{v}$  e em  $B$ , que se relaciona com  $H$  por

$$B = H - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} u^2 + \text{grad } \Phi \cdot \underline{u} \quad (\text{II.67})$$

No campo de radiação tem-se

$$B = H_{\infty} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (\text{II.68})$$

A equação (II.65) é uma equação causal, de solução univocamente determinada.  $B = \text{cte}$  garante o silêncio absoluto. Mas chega a ser surpreendente o fato de que o operador de Howe possa ser invertido - a existência de uma função de Green para baixas frequências (ver Apêndice em [43]) reduz, para baixo número de Mach, o problema acústico ao cálculo de características locais de um escoamento potencial perto de uma singularidade, o que torna (II.65) a melhor opção para a resolução de problemas-modelo, nos quais a fonte é especificada em termos da entropia e vorticidade. Este fato constitui sem dúvida uma vantagem sobre a formulação de Yates e Sandri, que necessita de uma solução numérica.

Apesar de não ter sido demonstrado que o operador em (II.65) é o correto para um escoamento arbitrário, o que, segundo CRIGHTON [7], o tornaria mais indicado para aplicações a escoamentos internos do que a escoamentos livres, a grande quantidade de exemplos resolvidos em [43] (além de outros citados pelo próprio Crighton), onde resultados conhecidos são alcançados de forma mais simples e direta, constitui uma respeitável defesa de versatilidade e força da teoria.

#### II.4.5 - A Generalização da Analogia de Lighthill de Dowling et al.

DOWLING, FFWOCS WILLIAMS e GOLDSTEIN [30] mostraram que a analogia de Lighthill poderia ser mantida e apresentar os efeitos por cuja falta fora tão criticada, se convenientemente manipulada.

Escreveram a equação de Lighthill (II.5) em um sistema de coordenadas  $\underline{x}'$ , que se desloca com velocidade constante e igual a  $u_1$  na direção do escoamento. Neste referencial (II.5) mantém a mesma forma e pode ser expressa por

$$\left. \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \right|_{\underline{x}'} - \frac{c_0^2 \partial^2 \rho}{\partial x_i'^2} = \frac{\partial^2 T'_{ij}}{\partial x_i' \partial x_j'} \quad (\text{II.69})$$

$$T'_{ij} = \rho v_i' v_j' + (p - \rho c_0^2) \delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (\text{II.70})$$

que, no referencial estacionário pode ser escrita como

$$\frac{D_1^2 \rho}{Dt^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T'_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{II.71})$$

com

$$\frac{D_1}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \quad (\text{II.72})$$



Ao contrário de  $\overline{D}/Dt$  em (II.54),  $D_1/Dt$  não depende da posição nem envolve uma média no tempo.

Demonstraram que o problema do ruído de jato é equivalente ao da turbulência restrita a uma região  $\Omega_1$  que se desloca com velocidade constante, separada da atmosfera em repouso por uma folha de vorticidade. Assim, a solução de (II.24) pode ser expressa como o campo devido a uma distribuição de quadripolos  $T'_{ij}$  por unidade de volume em  $\Omega_1$  suplementada por termos distribuídos na fronteira de  $\Omega_1$ ,  $\Sigma_1$  (Figura 2.1), lineares em  $\rho$  ou  $v'$  e que respondem pelo efeito do termo de cisalhamento.

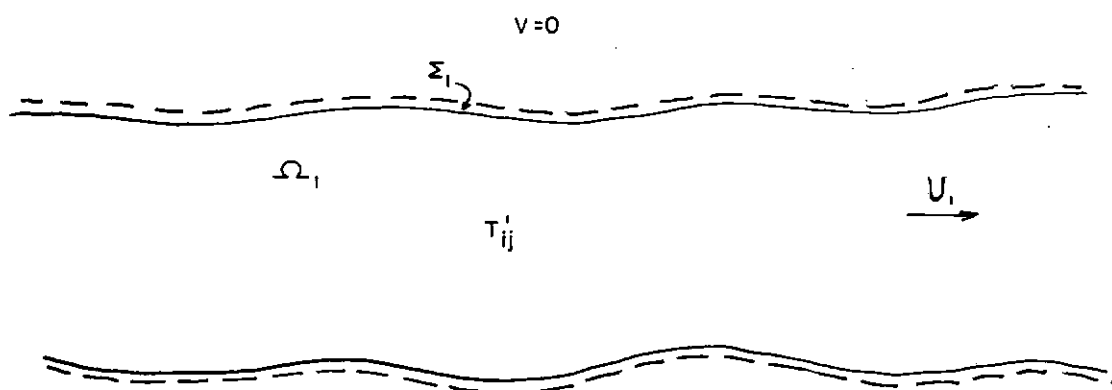


Fig. II.1 - Geometria para a reformulação da analogia

A função de Green para o problema é construída fazendo-se uso da condição de salto em  $\Sigma_1$ , de modo a anular a contribuição dos termos suplementares.

Este procedimento é melhor compreendido fazendo-se uso da análise de Ribner [16, 53] do papel do termo de cisalhamento: se este termo é abandonado no equacionamento, o reestabelecimento da condição de continuidade do deslocamento em  $\Sigma_1$ , violada pela descontinuidade de velocidade, obriga o seu reaparecimento na solução. Na função de Green encontrada, o efeito dos termos lineares aparece como "coeficientes de transmissão", dependentes da

frequência, que respondem pelos efeitos da passagem do som pela folha de vorticidade. A solução só tem expressão simples no caso do jato compacto, quando é dada, para um observador  $\underline{x}$  fora de  $\Omega_1$ , por

$$(\rho - \rho_0)(\underline{x}, t) = \frac{D_{ij}}{4\pi x c_0^4} \int_{\Omega_1} \left[ \frac{D}{Dt} \left\{ \frac{1}{1-M_x} \frac{D}{Dt} \left( \frac{\rho^* T'_{ij}(\xi, t)}{\rho(1-M_x)} \right) \right\} \frac{dV_{\xi}}{(1-M_x)} \right] \quad (\text{II.73})$$

onde  $D_{ij}$  é um fator direcional que inclui  $n_i n_j$  e os coeficientes de transmissão (diferentes para cada componente de  $T_{ij}$ ),  $M_x = v_x / c_0$ ,  $\rho^*$  é a densidade de uma partícula quando o referencial Lagrangeano  $\xi$  (definido em função da velocidade local e instantânea e não de  $U_c$ ) coincide com o referencial estacionário e o colchete significa que a expressão deve ser calculada com o retardamento apropriado.

Nesta forma, a analogia permite o estudo do papel da instabilidade do escoamento na geração de som, justifica resultados anteriores de FFOCHS WILLIAMS [50] e MANI [61] e mostra que, para jatos "leves" ( $\rho_e \ll \rho_0$ ), o termo  $(p - p c_0^2)$  pode tornar-se importante levando a uma variação da intensidade com a velocidade do jato muito menor que a dada por (II.28). A análise pode ser estendida para incluir corpos deslocando-se um  $\Omega_1$ , meios com diferentes densidades, etc.

### CAPÍTULO III

#### O JATO TURBULENTO

*There, those enchanted eddies play  
Of echoes, music tongued, which draw  
By Demogorgon's Mighty law  
With melting rapture or sweet awe,  
All spirits on that secret way.  
Shelley  
Prometheus Unbound II, ii*

#### III.1 - O ESCOAMENTO

##### III.1.1 - Propriedades Médias

A primeira série de medidas de turbulência em um jato, visando estimativas de produção de ruído, foi realizada em 1955-56 por LAWRENCE [64], que mediu intensidade e espectro da turbulência e correlações do componente axial de  $u$  com separação longitudinal e radial até uma distância de 20 diâmetros do orifício, para  $M$  entre 0,2 e 0,7 e o número de Reynolds  $Re$  ( $Re = \rho U_0 d / \mu$  entre 3,84 e 14,50 ( $\times 10^5$ )). A maioria dos experimentos foi conduzido com  $M = 0,3$  e  $Re = 6,00 \times 10^5$ .

Outras investigações importantes sobre a região inicial foram realizadas na década de 60, por DAVIES, FISHER e BARRAT [65], por BRADSHAW, FERRIS e JOHNSON [66] e por CHU [67].

As principais características estão sumarizadas abaixo, juntamente com dados de outros pesquisadores.

Na região de mistura inicial os perfis de velocidade e intensidade da turbulência são quase-similares, sendo funções da coordenada reduzida  $v = (r-d/2)/x_1$  (Figura III.1). No cone potencial, o perfil de velocidade é plano e a intensidade da turbulência quase nula ( $< 2\%$ ). No centro da região de mistura

( $v = 0$ ), o cisalhamento é máximo e a velocidade média e a intensidade de turbulência são aproximadamente constantes e iguais, respectivamente, a  $0,63U_0$  e  $0,14$ . A turbulência não é isotrópica [64, 66, 67], e a distribuição do componente  $u_1$  só é gaussiana nas regiões onde o escoamento não é turbulento ( $v < -0,15$  e  $v > 0,2$ ) [68], sendo, entretanto, quasi-gaussiana em  $v = 0$  [69], onde as intensidades da turbulência referidas às três componentes de  $u$  têm valores próximos [66].

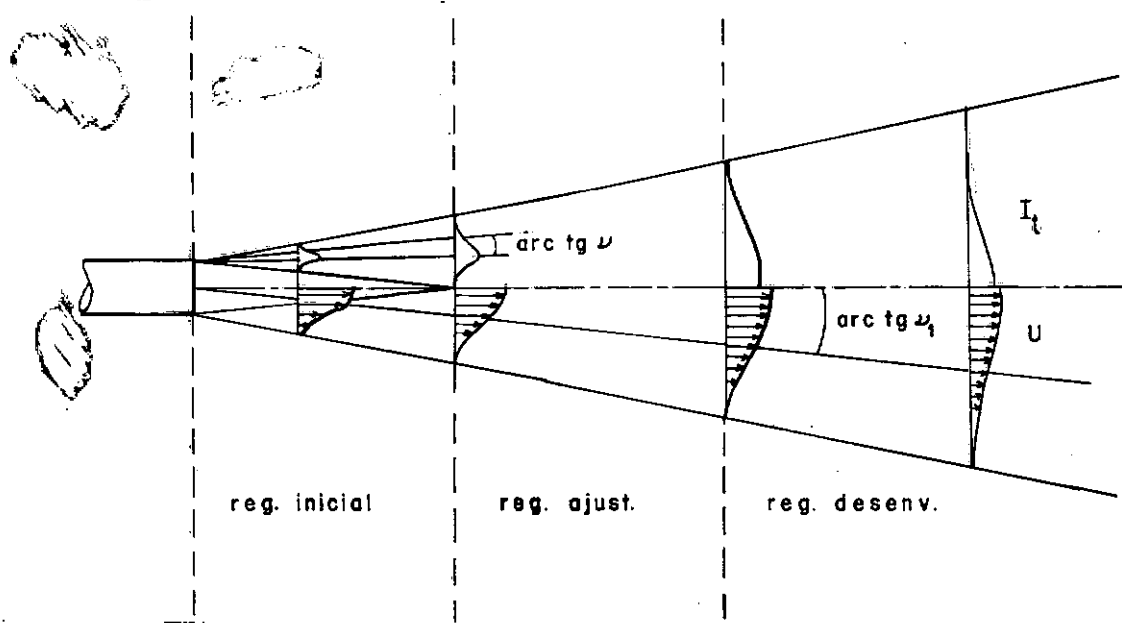


Figura III.1 - Perfis de intensidade da turbulência e de velocidade média e coordenadas reduzidas nas regiões inicial e desenvolvida

Na região de ajustamento não há similaridade. Após  $x_1 \approx 8d$ , os perfis voltam a ser quasi-similares, sendo  $U$  e  $I_t$  funções de  $v_1 = r/x_1$  e inversamente proporcionais a  $x_1$  no eixo do jato ( $v_1 = 0$ ). TOWNSEND [70] observou que similaridade completa só é obtida após  $x_1 = 40d$ .

Lawrence e Davies et al. verificaram que os turbilhões formados na região inicial crescem linearmente com a distância percorrida, sendo a escala radial  $\ell_r$  em torno de um terço da longitudinal  $\ell_1$ , que pode ser expressa por

$$\ell_1 = 0,13 x_1, d < x_1 < 6d \quad (\text{III.1})$$

Na região desenvolvida, a informação disponível é escassa e contraditória: Lawrence encontrou  $\ell_1$  diminuindo com  $x_1$  para  $x > 8 d$ , enquanto Townsend, na primeira edição de seu texto clássico [70], fornece  $\ell_1 \sim 0,065 x_1$  em concordância com DAVIES [69] que menciona que após  $x_1 = 6 d$ ,  $\ell_1$  cresce mais lentamente, hipótese que foi assumida em várias estimativas de geração de ruído. Surpreendentemente, não foi encontrada na literatura informação mais recente (nem mesmo na nova edição de [70], bastante aumentada [8], onde o valor das escalas espaciais no jato circular não é mencionado).

DAVIES et al [65] mapearam a velocidade de convecção dos turbilhões na região de mistura (Figura III.2) e realizaram correlações com separação espaço-temporal, dando uma boa imagem da deformação dos turbilhões no seu referencial.

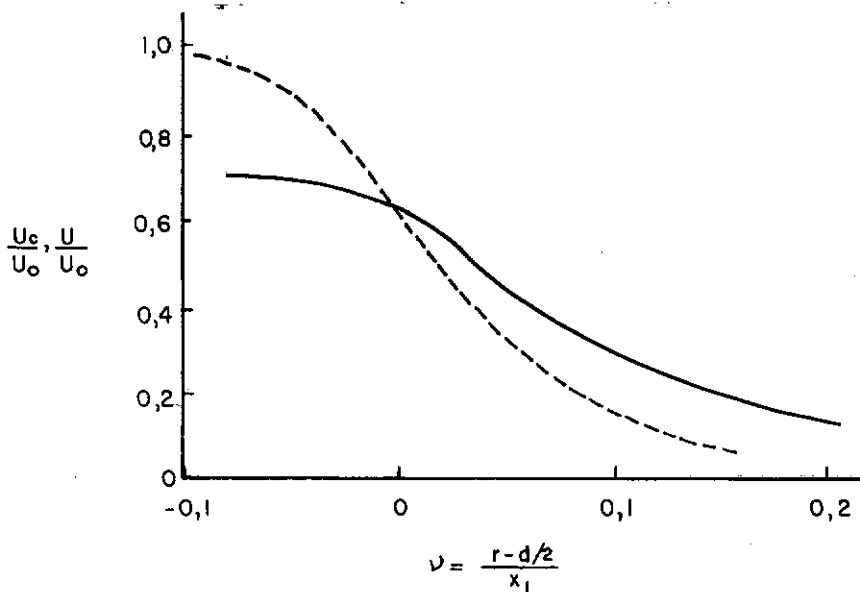


Figura III.2 - Perfis de velocidade média (---) e de velocidade de convecção na região de mistura [65]

Encontraram a interessante relação entre o cisalhamento local e a escala temporal  $\ell_\tau$  (ambos são inversamente proporcionais à taxa de geração de "nova turbulência", ou seja, à taxa de deformação do padrão):

$$\frac{\partial U}{\partial r} \ell_\tau \approx 4,5 \quad (\text{III.2})$$

Mostraram também a existência de uma relação entre  $(\overline{u_1^2})^{1/2} = \bar{u}_1$  e as escalas temporal e longitudinal

$$\bar{u}_1 \approx 0,9 \ell_1 / \ell_T \quad (\text{III.3})$$

que pode ser reescrita, sendo  $\omega$  uma frequência angular típica do movimento no referencial dos turbilhões, como [38, 68]

$$\ell_1 \omega \approx 1,1 \bar{u}_1 \quad (\text{III.4})$$

Experimentos posteriores [69, 71] mostraram que componentes de diferentes frequências são convectados com diferentes velocidades.

MAESTRELLO [72] observou, nos seus experimentos ( $M = 0,63$ ,  $Re = 8,80 \times 10^5$ ), que a fronteira do jato circular turbulento, definida como a superfície onde a intermitência  $\lambda$  (fração do tempo em que o escoamento é turbulento) é igual a 1%, era descrita por um cone de  $22^\circ$  de abertura, cuja origem virtual situava-se  $2,5d$  a montante do bocal. Após a fronteira, o escoamento é predominantemente irrotacional, podendo ser descrito pelo potencial de velocidade  $\Phi$ ; perto do jato é incompressível ( $\nabla^2 \Phi = 0$ ), com  $\bar{u}^2 \propto r^{-4}$ , segundo proposto por PHILLIPS [73] e compressível ( $\square \Phi = 0$ ) no campo acústico, onde  $\bar{u}^2 \propto r^{-2}$  (ver Figura III.3).

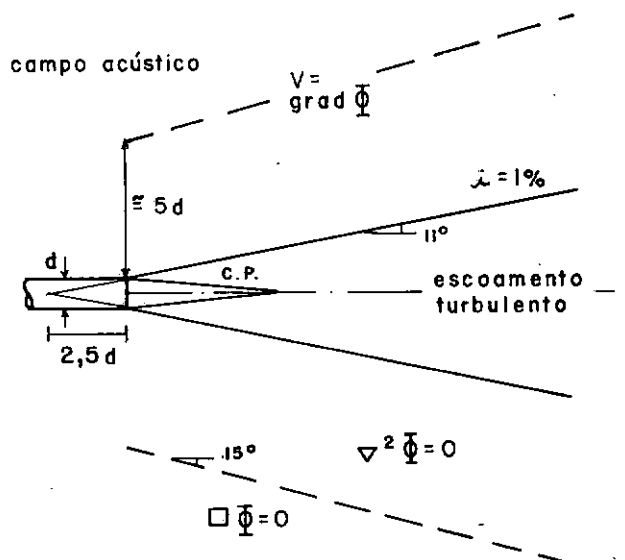


Figura III.3 - Fronteiras do jato turbulento (-) e do campo acústico (--) segundo Maestrello

### III.1.2 - Estrutura do Jato - Os Grandes Vórtices

Estruturas coerentes em escoamentos turbulentos têm sido observadas há muito tempo (ver, p. ex., referências em [74]). No jato circular, as observações de BRADSHAW et al [66] e MOLLO CHRISTENSEN [75] levaram DAVIES, KO e BOSE [76] a confirmar a existência de um padrão quasi-regular na região de mistura, responsável pela maioria das flutuações de pressão e velocidade na região inicial e que desloca-se com a velocidade de convecção dos principais turbilhões ( $U_c = U(v=0) \approx 0,63U_0$ ). No início dos anos 70, CROW e CHAMPAGNE [74] mostraram que, atrás do aparentemente caótico padrão de turbulência, existe um padrão razoavelmente regular, semelhante aos vórtices que são observados no jato laminar e que pode ser evidenciado por excitação acústica. LAU, FISHER e FUCHS [77] propuseram o modelo de uma trilha de vórtices anulares, quasi-regularmente espaçados, transportando fluido através da região de mistura (Figura III.4) que responde pelas flutuações de velocidade e pressão nas regiões não turbulentas e pela existência de tensões de Reynolds médias na região de mistura, e que foi reforçado por experimentos adicionais [78].

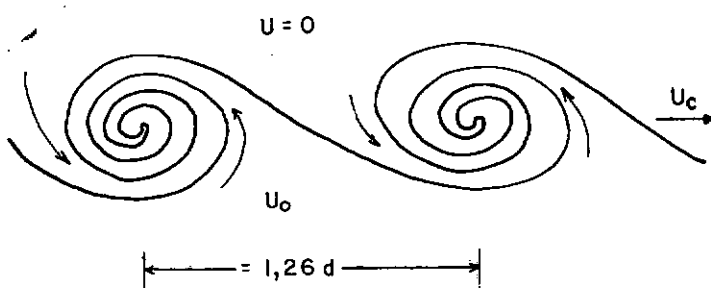


Figura III.4 - O modelo de Lau et al.

Estes resultados juntamente com os de WINANT e BROWAND [79] e outros publicados na mesma época, despertaram grande interesse, dada a possibilidade de uma descrição mais simples da turbulência [68, 80-82]. YULE [83] chamou a atenção para o fato de que em alguns destes experimentos (p.ex. [79]) o escoamento não era plenamente turbulento. Mostrou que vórtices anulares são

existem durante a transição para a turbulência. Estes vórtices são gerados muito perto do bocal pelo enovelamento da camada limite - que ainda não é turbulenta -, coalescem, tornando-se instáveis (pelo crescimento) e degeneram em turbilhões tridimensionais, com a aparência *média* de vórtices anulares, dando origem ao escoamento turbulento.

A distância de transição,  $x_t$ , baseada na intensidade da turbulência, cai com o número de Reynolds, ficando próxima de  $d$  para  $Re > 10^5$  (Figura III.5).

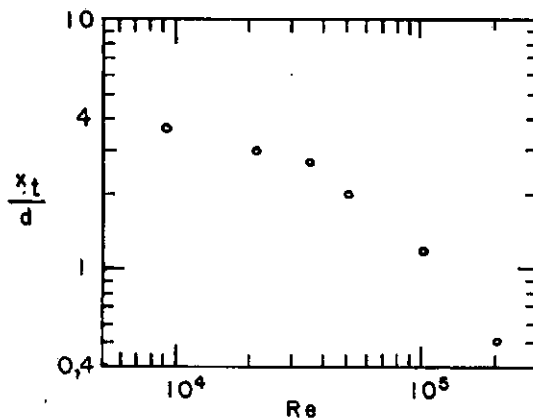


Figura III.5 - Distância de transição baseada na intensidade da turbulência (os três componentes a menos de 5% do valor turbulento), segundo Yule

LIU, MAESTRELLO e GUNZBURGER [84] mostraram que o campo de pressões logo após a fronteira do jato turbulento (ver Figura III.3) pode ser simulado pela passagem periódica ou quase-periódica de vórtices anulares. MAESTRELLO e FUNG [85] estudaram, através de medidas nesta região, o desenvolvimento das estruturas coerentes, concluindo pela existência de estruturas anulares, quasi-planas, com baixa coerência azimutal (ver Figura III.6) que desenvolvem-se até  $x_1 \approx 3d$ , a partir do que decaem, desaparecendo após o término do cone potencial.



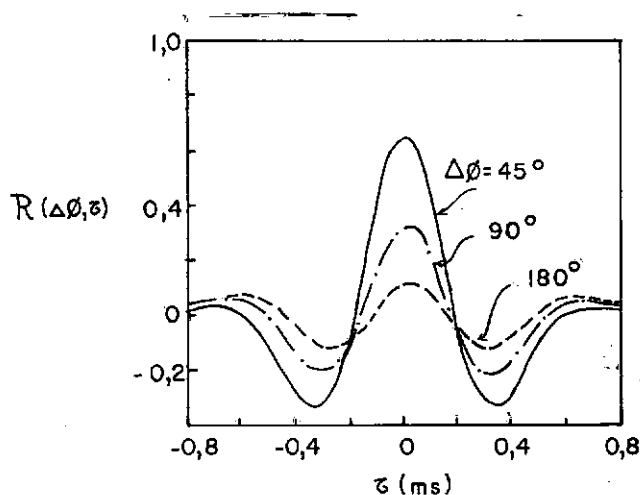


Figura III.6 - Coeficiente de correlação para a pressão; microfones situados no plano  $x_1 = 2,7d$  na fronteira do jato turbulento, com separação azimutal  $\Delta\phi$  [85]

Estas estruturas podem ser modeladas pelas ondas de instabilidade que dão origem à turbulência ou por vórtices anulares [85, 86]. O número de Strouhal,  $S = fd/U_0$ , relacionado com a frequência de passagem das estruturas coerentes varia conforme os experimentos, estando, porém, sempre entre 0,3 e 0,5.

A interação entre os "vórtices" não é bem compreendida. Vários modelos interessantes, e por vezes conflitantes, têm sido propostos [85 - 89].

LAU [87], para explicar algumas observações experimentais não resolvidas pelo modelo de uma trilha de vórtices, propôs a existência de duas trilhas: uma principal, interna, convergindo para o eixo do jato em  $x_1 = 2x_p$  (sendo  $x_p$  a extensão do cone potencial) onde a intensidade de turbulência ao longo do eixo é máxima e o escoamento começa a retomar similaridade, e outra secundária, externa, que diverge. O modelo de Lau foi criticado por HUSSAIN e CLARK [88], que realizaram testes de visualização em um jato com  $d = 18$  cm e  $U_0 = 30$  m/s, nos quais as duas trilhas não foram observadas. Propuseram que a destruição e fracionamento das estruturas coerentes e coalescimentos parciais seriam responsáveis pelos efeitos observados. Neste contexto, é interessante observar o trabalho de LONG e CHU [89], que marcaram as partículas originárias do jato ( $Re \sim 10^3$  a  $10^4$ ) para estudar o meca

nismo de mistura. Nota-se que a envoltória média destas partículas coincide com a trajetória dos centros dos vórtices do ramo principal do modelo de duas trilhas. É possível que após o fracionamento, os fragmentos dos vórtices sigam trajetórias como as descritas por Lau.

A excitação acústica, além de evidenciar as estruturas coerentes, pode alterar significativamente a estrutura do escoamento e, conseqüentemente, o campo acústico. Estes efeitos foram estudados por HUSSAIN e ZAMAN [90-92] e por MOORE [93], entre outros (ver [7]).

## III.2 - O CAMPO ACÚSTICO

### III.2.1 - Introdução

Modificações no padrão da turbulência geram ruído e constituem a principal fonte acústica em jatos subsônicos frios. As fontes podem ser modeladas por quadripolos em movimento, associados aos turbilhões, que são convectados pelo escoamento e continuamente gerados e destruídos.

A emissão de uma região de correlação  $\mathcal{D}'$  é percebida no campo acústico como a de três quadripolos longitudinais, mutuamente ortogonais (Figura III.7) cujos eixos são os eixos principais de  $\ddot{T}_{ij}(\underline{y}, t) = \int_{\mathcal{D}'} \ddot{T}_{ij}(\underline{\eta}, t) dV_{\underline{y}+\underline{\eta}}$ .

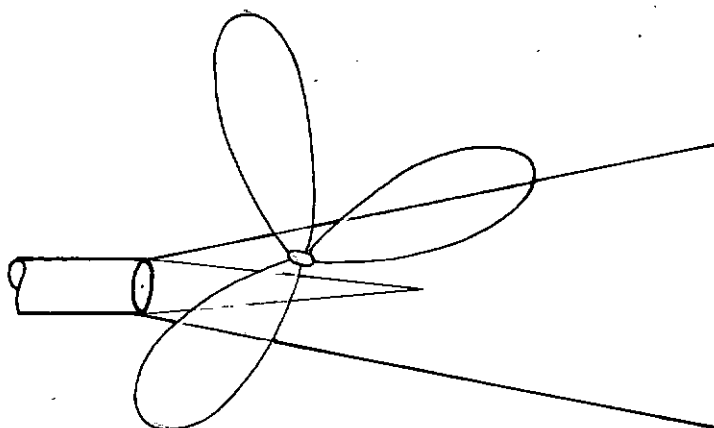


Figura III.7 - Padrão de emissão instantânea de uma fonte turbulenta. Apenas metade do padrão está representada.

A direcionalidade média é constituída pela média dos envelopes das direcionalidades instantâneas de todos os quadripolos, que têm orientação e amplitude flutuantes.

PAO e MAESTRELLO [94-96], reconstruindo a trajetória dos "raios" sonoros a partir de medidas de correlação do gradiente da pressão sonora perto do jato [72] ( $M=0,63$ ,  $Re=8,80 \times 10^5$ ) mostraram que as fontes aparentes eram fortemente localizadas, e sua emissão tinha, instantaneamente, a forma de um feixe estreito

to, semelhante a um dos gomos mostrados na Figura III.7.

### III.2.2 - Análise Dimensional

A análise de Lighthill, identificando a fonte de ruído com variações no fluxo da quantidade de movimento  $\rho v_i v_j$ , permitiu a estimativa de várias propriedades do ruído de jato a partir de argumentos dimensionais e hipóteses simples, tendo sido a maioria confirmada por experimentos. Destas, a mais importante é a chamada "lei da oitava potência"

$$P, I \propto U^8 \quad (\text{III.5})$$

que é verificada até  $M \approx 2$  ( $M_c \sim 1$ ) (ver Figura III.8) e que responde pela baixa eficiência da geração de ruído por turbulência

$$e = \text{eficiência} = \frac{\text{potência acústica}}{\text{potência disponível}} \propto M^5 \quad (\text{III.6})$$

Com a intensidade dada por (II.17) pode-se expressar a potência acústica como

$$P \propto \rho_0 U^3 \ell^2 \left( \frac{V}{\ell^3} \right) M^5 \quad (\text{III.7})$$

onde o primeiro termo,  $(\rho_0 U^2)(\ell^3)(U/\ell)$ , representa a taxa de fornecimento de energia para um turbilhão de dimensão  $\ell$ , a razão  $V/\ell^3$  o número de turbilhões no jato e  $M^5$  a eficiência (ou ineficiência) dos quadripolos para  $M < 2$ . O coeficiente de proporcionalidade depende de características do escoamento (perfis de velocidade e intensidade de turbulência na saída, condições a montante do bocal, etc.).

Quando a potência é expressa na forma

$$P \propto \rho_0 \frac{d^2 U^8}{c_0^5} \quad (\text{III.8})$$

(para jatos não circulares,  $d^2$  deve ser substituído pela área do orifício) o coeficiente de proporcionalidade  $\bar{e}$  em torno de  $3 \times 10^{-5}$  para jatos emergindo do bocal com pequena intensidade de turbulência,  $6 \times 10^{-5}$  para jatos emergindo de um duto reto e  $10^{-4}$  se o nível inicial de turbulência  $\bar{e}$  muito alto [19]

FFWOCS WILLIAMS [33] mostrou que no limite  $M \rightarrow \infty$ , o efeito de convecção altera a dependência de  $P$  de  $U_0^8$  para  $U_0^3$ , levando a uma eficiência independente do número de Mach.

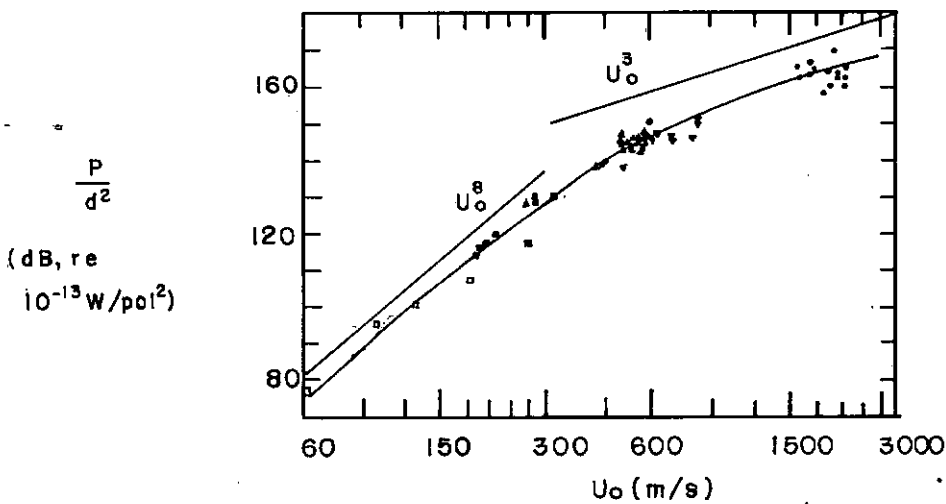


Figura III.8 - Leis de potência acústica para convecção sub- e supersônica [15, 33]

Fontes com características de monopolos ou dipolos também podem existir em um escoamento. Variações no fluxo de massa dão origem a fontes do primeiro tipo, e o descolamento de vórtices, como ocorre na esteira de um cilindro, gera fontes do segundo tipo. A presença de bolhas pode gerar os dois tipos de fontes [23].

Como as intensidades são dadas por  $I_m \propto (\partial \rho / \partial t)^2$  para monopolos e por  $I_d \propto (c_0^{-1} \partial^2 \rho v / \partial t^2)^2$  para dipolos, tem-se, para estas fontes, as leis

$$P_m, I_m \propto U^4 \quad (\text{III.9})$$

$$P_d, I_d \propto U^6 \quad (\text{III.10})$$

e para as eficiências correspondentes

$$e_m \propto M \quad (\text{III.11})$$

$$e_d \propto M^3 \quad (\text{III.12})$$

o que mostra que a baixas velocidades os campos destas fontes podem suplantar os dos quadripolos. Por esta razão, em problemas de ruído de ventilação, normalmente é necessário considerar apenas os dipolos resultantes das variações locais de quantidade de movimento transmitidas pelas pás ao fluido. Apenas no caso destes dipolos cancelarem-se mutuamente o campo de quadripolos devido à turbulência será importante [97].

O conhecimento da evolução dos perfis de intensidade de turbulência nas regiões inicial e desenvolvida permite a elaboração do Quadro (III.1), onde  $dV/dx_1$  é a área de uma faixa axial da *região turbulenta do jato*,  $dP/dx_1$  a potência acústica emitida por unidade de largura,  $f$  a frequência e  $dP/df$  a potência emitida por faixa unitária de frequência.

		REGIAO INICIAL	REGIAO DESENVOLVIDA
$U, u$	$\propto$	$U_0$	$U_0 d/x_1$
$\ell$	$\propto$	$x_1$	$x_1$
$f = \frac{\omega}{2\pi} \propto \frac{u}{\ell}$	$\propto$	$\frac{U_0}{x_1}$	$\frac{U_0 d}{x_1^2}$
$\frac{dV}{dx_1}$	$\propto$	$x_1 d$	$x_1^2$
$\frac{dP}{dx_1} = \frac{\rho_0 U^8}{c_0^5 \ell} \frac{dV}{dx_1}$	$\propto$	$\frac{\rho_0 U_0^8 d}{c_0^5}$	$\frac{\rho_0 U_0^8 d}{c_0^5} \left(\frac{x_1}{d}\right)^{-7}$
$\frac{dP}{df}$	$\propto$	$\frac{\rho_0 U_0^9 d}{c_0^5} f^{-2}$	$\frac{\rho_0 U_0^5 d^5}{c_0^5} f^2$

QUADRO III.1 - Leis de similaridade

Os perfis obtidos na suposição de que cada fatia axial emite em uma única frequência e negligenciando efeitos de convecção das fontes, são devidos a RIBNER [98] e a POWELL [99] e são verificados experimentalmente dentro de uma precisão razoável [15, 100]. Estão ilustrados na Figura (III.9).

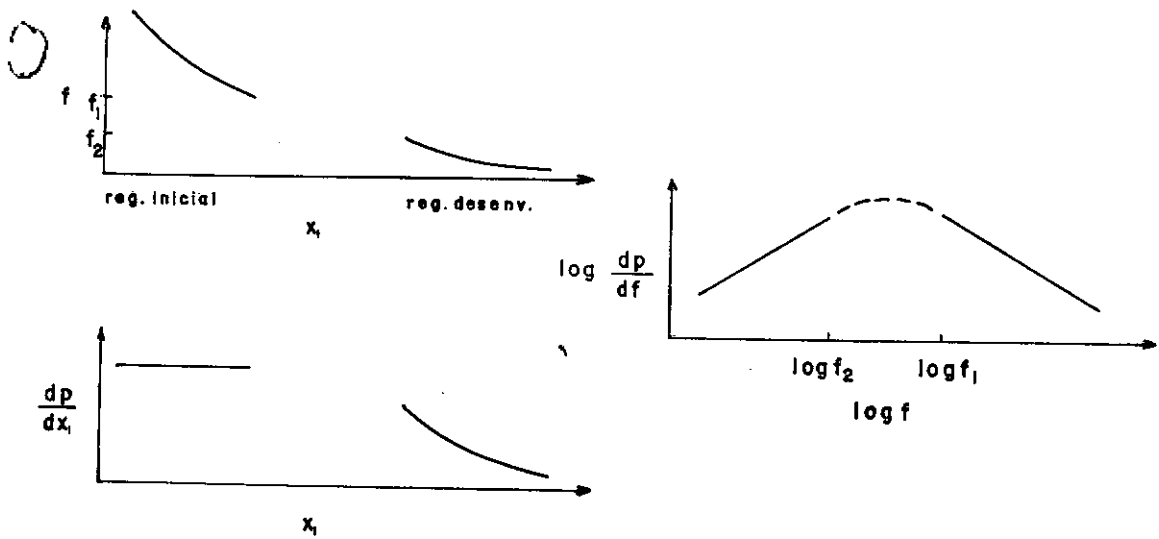


Figura III.9 - Similaridade. Muito próximo ao orifício ( $x < d$ ) e na região de ajustamento não há similaridade

A principal diferença observada é que a região de maior emissão situa-se logo após o término do cone potencial, na região de ajustamento, na qual não existe similaridade. Outras discrepâncias são analisadas por POWELL [15] e parecem originar-se do fato de que enquanto a emissão das altas frequências é restrita à região inicial, as baixas são emitidas por quase todo o jato [72, 101].

A região principal de emissão situa-se nos primeiros 8 a 10 diâmetros. A região desenvolvida contribui apenas na emissão de baixas frequências, sendo a sua contribuição para a intensidade no campo afastado muito pequena (ver [72, 96, 102]).

RIBNER [22] mostrou que considerar a contribuição espectral de cada fatia axial do jato com a forma de um sino, em lugar do espectro estreito usado para a dedução dos perfis, não introduz alterações apreciáveis.

### III.2.3 - Convecção, Refração e Outros Efeitos

Para a previsão correta das propriedades do campo acústico, devem ser considerados também os efeitos de *convecção das fontes* e *refração das ondas acústicas* pelo escoamento.

A convecção amplifica a radiação emitida na direção do movimento e introduz um desvio Doppler na recepção: a emissão de uma mesma fonte é percebida diferentemente, de acordo com a posição do observador.

A refração, proveniente da *convecção das ondas acústicas* pelo escoamento, é importante para as altas frequências perto do eixo do jato. Quando o comprimento de onda é menor que o caminho percorrido dentro do jato, os "raios" sonoros são curvados para fora, dando origem a uma zona de silêncio relativo perto do eixo.

A direcionalidade dependerá também da direcionalidade "básica" das fontes, a direcionalidade na ausência de convecção (Figura III.10).

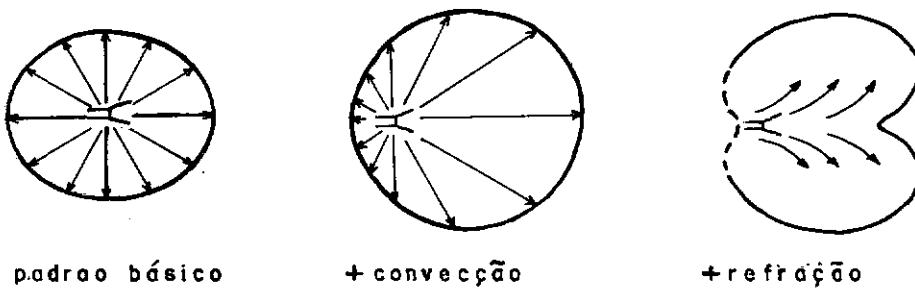


Figura III.10 - A direcionalidade básica é modificada pela convecção e refração



Fora da região de influência, o som é refratado pelo gradiente de velocidade - a convecção das ondas sonoras pelo escoamento causa o encurvamento dos raios e o efeito é rarefação das altas frequências para ângulos perto do eixo do jato ( $\theta < 30^\circ$ ). O resultado global é a diminuição da amplificação convectiva, reproximando a dependência da intensidade e da potência acústica com a oitava potência da velocidade.

RIBNER [106] sugeriu o uso do fator modificado  $C_\epsilon$  (equação (II.45))

$$C_\epsilon = (C^2 + \epsilon^2 M_C^2)^{1/2} \quad (\text{II.45})$$

que considera, no parâmetro  $\epsilon = \omega \ell_1 / (U_C \sqrt{\pi})$ , o tamanho finito das fontes, com  $\epsilon = 0,55$  e  $M_C = 0,5M$ , em lugar dos valores experimentais de DAVIES et al. [65], de 0,3 e 0,63M respectivamente, como correções empíricas, reduzindo assim a amplificação convectiva. Com estas correções,  $C_\epsilon$ , além de representar satisfatoriamente a direcionalidade do ruído total para altas velocidades (a menos da região dominada pela refração,  $\theta < 30^\circ$ ), quando a direcionalidade é dominada pela convecção [22, 106] tomado em conjunto com a direcionalidade básica  $D(\theta)$ , representa igualmente bem a direcionalidade total ou por faixa de frequência para baixas velocidades (a menos da refração) [107, 108] e pode ser usado para o cálculo da potência acústica através de medidas da intensidade a  $90^\circ$  [109].

Assim, ao invés de (III.12), a intensidade é melhor expressa por

$$I(\underline{x}) = K \frac{d^2}{x^2} \frac{\rho_0 U_0^8}{C_0^5} D(\theta) C_\epsilon^{-5}(\theta) \quad (\text{III.14})$$

No limite inferior, as dificuldades de verificação da lei  $U^8$  devem-se a campos de monopolos ou dipolos, referentes a perturbações a montante do bocal ou no próprio bocal, a pequenas variações dos fluxos de massa e quantidade de movimento ou ao transporte de inhomogeneidades. Estes campos, anteriormente

Negligenciando a refração, a intensidade pode ser escrita

$$I(\underline{x}) = K \frac{d^2}{x^2} \frac{\rho_0 U_0^8}{c_0^5} D(\theta) C^{-5}(\theta) \quad (\text{III.13})$$

onde  $D(\theta)$  é a direcionalidade básica de  $(\ddot{T}_{xx})^2$  e  $\theta$  é o ângulo que o observador  $\underline{x}$  faz com o eixo do jato.

A convecção das fontes pelo escoamento, introduzindo através do fator  $C = (1 - M_c \cos \theta)$  uma dependência adicional da velocidade para a intensidade e potência acústica, deveria alterar significativamente a lei  $U^8$ . No entanto, é surpreendente a precisão quase perfeita de sua verificação até  $M \sim 2$ , quando efeitos associados à compressibilidade deveriam contribuir para invalidar a relação. Mas mais surpreendente é a dificuldade de verificá-la para baixo número de Mach ( $M < 0,5$ ), quando as condições aproximam-se das da sua derivação.

No limite superior, ocorre um cancelamento de efeitos, restaurando a validade da lei  $U^8$ : Talvez parte da explicação esteja no fato de que, com o aumento do número de Mach, a intensidade da turbulência apresente um decréscimo, compensando parcialmente o aumento devido a  $C^{-5}$  [15, 19]. Um outro fator é importante e foi previsto por POWELL [103] e RIBNER [104] antes da verificação experimental por LUSH [105].

A amplificação convectiva, prevista por Lighthill para uma fonte deslocando-se com velocidade  $U_c$  em relação ao meio circundante em repouso, é tão mais eficaz quanto maior for o gradiente de velocidade em uma *região de influência* (de raio  $l$ ) em torno da fonte, durante a emissão ( $l$  seguramente  $< \lambda$ ) [15, 103]. Para efeitos práticos, o "meio circundante" inicia-se após a região de influência. Se, nesta região, o gradiente de velocidade é alto (baixas frequências), verifica-se a situação da analogia e a radiação é amplificada como previsto. Caso contrário, a emissão é para um meio com pequena diferença de velocidade, o que reduz grandemente a amplificação convectiva.

fracos, tornam-se dominantes a baixas velocidades [15, 29, 63]. A dificuldade de obtenção do "puro" ruído de jato a baixas velocidades justifica a recomendação de manuais de controle de ruído (por exemplo [110]) de considerar  $P \propto U_0^6$  para  $M < 0,4$ , bem como a variação com  $U_0^6$ , encontrada por AHUJA e BUSHWELL [111] entre  $M = 0,2$  e  $0,3$ .

Não obstante, em experimentos realizados por POWELL [15, 112] em 1951, aonde todo o cuidado foi tomado para eliminar qualquer excitação ou irregularidade, a lei de Lighthill foi verificada até  $U_0 = 53$  m/s ( $M = 0,16$ ). Para um escoamento plenamente turbulento na saída, POWELL [15, 113] obteve igual concordância até a mais baixa velocidade medida, 76 m/s ( $M = 0,22$ ).

Efeitos como refração e espalhamento, não modificam a potência sonora, apenas redistribuem a energia acústica, podendo alterar a direcionalidade medida.

LIGHTHILL [45] mostrou teoricamente que a influência do espalhamento pela turbulência na radiação por ela produzida é negligenciável, o que foi verificado experimentalmente por LUSH [105].

A importância da refração foi sugerida pela primeira vez por POWELL [101]. Foi estudada por RIBNER [114], SCHUBERT [115, 116], CSANADY [117] e DASH [118], entre outros (ver também [107, 119]).

O caminho percorrido no jato independe da velocidade, enquanto que o comprimento de onda varia inversamente com ela. Assim, é de esperar que com o aumento da velocidade, perto do eixo do jato, a frequência onde o espectro é máximo não apresente variação significativa, fato que é conhecido desde as primeiras investigações experimentais.

MAESTRELLO [72] mostrou que a distribuição espacial das fontes também responde por este efeito: devido à grande extensão da região de emissão contribuindo para a intensidade para  $\theta < 45^\circ$ , a frequência correspondente ao pico do espectro, para estes ângulos, depende mais do ângulo  $\theta$  do que do número de Strouhal  $S$  (frequência adimensionalizada pelo diâmetro e velocidade do jato). A mudança de velocidade, mesmo alterando todo o espectro, não consegue deslocar o pico.

O parâmetro adimensional que considera efeitos geométricos (refração, compacidade) é o número de Helmholtz,  $He$

$$He = SM = \frac{fd}{c} = \frac{d}{\lambda} \quad (\text{III.15})$$

#### III.2.4 - A Direcionalidade Básica

A direcionalidade "básica"  $D(\theta)$ , é a direcionalidade na ausência de convecção de  $(\ddot{T}_{xx})^2$  ou, formalmente, de

$$\int_D \int_D \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \bigg|_{\tau=0} \overline{T_{xx}(\underline{y}, 0) T_{xx}(\underline{\eta}, \tau)} dV_{\underline{y}+\underline{\eta}} dV_{\underline{y}} = \int_D \langle \ddot{T}_{xx}, \ddot{T}_{xx} \rangle(\underline{y}) dV_{\underline{y}} \quad (\text{III.16})$$

onde

$$\langle f_1, f_2 \rangle(\underline{y}) \equiv \int_D \overline{f_1(\underline{y}, 0) f_2(\underline{\eta}, 0)} dV_{\underline{y}+\underline{\eta}} - \int_D \overline{f_1(\underline{y}, 0)} \overline{f_2(\underline{\eta}, 0)} dV_{\underline{y}+\underline{\eta}} \quad (\text{III.17})$$

Com a hipótese de que em um jato turbulento as fontes são acusticamente compactas [38] (ver seção III.2.7),  $D(\theta)$  pode ser obtida apenas da integral interna em (III.16), que representa a direcionalidade da radiação de um volume unitário de turbulência, ou seja do cálculo de

$$\langle \ddot{T}_{xx}, \ddot{T}_{xx} \rangle = n_i n_j n_k n_\ell \langle \ddot{T}_{ij}, \ddot{T}_{kl} \rangle \quad (\text{III.18})$$

onde a dependência em  $\underline{y}$  pode ser ignorada.

RIBNER [120] demonstrou que para um jato circular, como a intensidade sonora independe do ângulo azimutal  $\phi$ , apenas as correlações  $\langle T_{ij}, T_{kl} \rangle$  envolvendo componentes com índices iguais dois a dois são necessárias para o cálculo de  $\langle T_{xx}, T_{xx} \rangle$  (as outras, ou são nulas ou combinam-se, anulando-se). Daí segue que a direcionalidade básica terá a forma

$$D(\theta) \propto E_1 \sin^4 \theta + E_2 \cos^4 \theta + E_3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (\text{III.19})$$

Expressando  $D(\theta)$  relativamente à direcionalidade a  $\theta = 90^\circ$ , obtém-se

$$D(\theta) = 1 + A_1 \cos^4 \theta + A_2 \sin^2 2\theta \quad (\text{III.20})$$

Os coeficientes  $E_1, E_2, E_3$  e  $A_1, A_2$  podem apresentar dependência de características do escoamento e também da frequência, se  $D(\theta)$  representar a direcionalidade básica em uma determinada faixa de frequência, caso em que, devido ao efeito Doppler, deve ser referida à frequência de *emissão* e não à de recepção.

Observe-se que (III.20) é geral, dependendo apenas das hipóteses de axissimetria e de que as fontes são quadripolos compactos. A forma (III.20) compreende as diferentes formas propostas por Lighthill [38], Ribner [106, 120] Lush [105] e Goldstein e Rosebaum [121] para  $D(\theta)$ .

### III.2.5 - Ruido Próprio e de Cisalhamento

Em um jato subsônico frio pode-se escrever  $T_{ij} = \rho_0 v_i v_j$ . Com  $\underline{v} = \underline{U} + \underline{u}$  vem:

$$T_{ij} = \rho_0 u_i u_j + \rho_0 (U_i u_j + U_j u_i) + \rho_0 U_i U_j \quad (\text{III.21})$$

$$T_{xx} = \rho_0 u_x^2 + 2\rho_0 U_x u_x + \rho_0 U_x^2 \quad (\text{III.22})$$

O último termo independe do tempo, influenciando apenas o campo hidrodinâmico de pressões. Como  $\underline{U} \equiv (U_1, 0, 0)$ , tem-se

$$U_x \equiv U \cos \theta \text{ e}$$

$$\ddot{T}_{xx} = \rho_0 \ddot{u}_x^2 + 2\rho_0 U \ddot{u}_x \cos \theta \quad (\text{III.23})$$

O segundo termo, que acopla o escoamento médio com as flutuações turbulentas, só é significativo se a velocidade média variar dentro do volume de integração (i.e., na presença de cisalhamento), pois caso contrário tem-se

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \rho u_i u_j dV = u_i \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\partial}{\partial t} \rho u_j dV = 0 \quad (\text{III.24})$$

Por este motivo, o ruído gerado por ele é chamado *ruído de cisalhamento* [2].

Observe-se que a contribuição da velocidade média radial  $U_r$  para o ruído de cisalhamento pode ser abandonada porque tanto  $U_r$  como suas derivadas,  $\partial U_r / \partial x_i$ , são pequenas.

O ruído gerado pelo primeiro termo, que depende apenas de flutuações turbulentas é chamado *ruído próprio*. É importante notar que todo o ruído provém, como a turbulência, do cisalhamento.

Por ser linear nas flutuações, o termo de cisalhamento deve gerar ruído de frequências mais baixas que o de ruído próprio. RIBNER [22, 106] propôs que uma flutuação  $u$ , de frequência angular característica  $\omega$ , daria origem à emissão em duas frequências:  $\omega$  devido ao ruído de cisalhamento ( $\dot{u} \propto e^{i\omega t}$ ) e  $2\omega$  devido ao ruído próprio ( $u^2 \propto e^{i2\omega t}$ ).

Este argumento simples (abandonado em [107, 120] e retomado em [108]) envolve hipóteses bastante complicadas: distribuição normal conjunta de probabilidade da turbulência, separação das correlações de velocidade em fatores espaciais e temporais e o decaimento exponencial das correlações  $R_{u_i, u_j}(\underline{y}, \underline{\eta} = \text{cte}, \tau)$ . A separação pode ser expressa por

$$\frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \int \overline{T_{xx}(\underline{y}, 0) T_{xx}(\underline{\eta}, \tau)} dV_{\underline{y}+\underline{\eta}} = \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} g_k(\tau) \langle T_{xx}, T_{xx} \rangle_k, \quad k=1,2,3 \quad (\text{III.25})$$

onde estão representadas três parcelas: a de ruído próprio ( $k=1$ ), a de ruído de cisalhamento ( $k=2$ ) e a de interferência ( $k=3$ ); a dependência dos fatores em  $i$  e  $j$  foi omitida. Tem-se então  $g_2(\tau) = e^{-\omega\tau}$  e  $g_1(\tau) = (g_2(\tau))^2 = e^{-2\omega\tau}$  (adotada outra forma para a dependência temporal, a razão entre as frequências será alterada - ver [122]). Assumida a separação, o termo de interferência pode ser abandonado pois reflete apenas o transporte de energia cinética turbulenta pelas flutuações, tendo integral nula (Apêndice em [120]). Assim, as contribuições das duas parcelas podem ser somadas, fornecendo a direcionalidade

$$D(\theta) = D_1(\theta) + B D_2(\theta) \quad (\text{III.26})$$

onde  $B$  é a razão entre as máximas amplitudes dos dois tipos de ruído.

Modelando as correlações  $\langle u_x^2, u_x^2 \rangle$  e  $\langle u_x u_x, u_x u_x \rangle$  com as hipóteses adicionais de incompressibilidade, homogeneidade e isotropia da turbulência, RIBNER [120] encontrou

$$D(\theta) = 1 + B(\cos^4 \theta + (1/8)\sin^2 2\theta) = 1 + B\left(\frac{\cos^4 \theta + \cos^2 2\theta}{2}\right) \quad (\text{III.27})$$

onde a parte omnidirecional é devida ao ruído próprio e a anisotrópica ao ruído de cisalhamento. A constante  $B$  foi estimada, em um cálculo cheio de incertezas, como sendo da ordem da unidade [22, 120].

A intensidade sonora por faixa unitária de frequência em função do ângulo de recepção e da frequência de emissão adimensionalizada  $C_e S$  ( $S$  é o número de Strouhal baseado na frequência de recepção; o uso de  $C_e S$  em lugar de  $CS$  é discutido em [22] e no apêndice em [107]), negligenciados efeitos de refração, é

dada por

$$I(\theta, C_\epsilon S) = \{a(C_\epsilon S) + b(C_\epsilon S)(\cos^4 \theta + \cos^2 \theta)/2\} C_\epsilon^{-4}(\theta) \quad (\text{III.28})$$

onde  $a(C_\epsilon S)$  é a contribuição espectral "básica" do ruído próprio, e  $b(C_\epsilon S)$ , a do ruído de cisalhamento.  $C_\epsilon^{-5}(\theta)$  comparece como um desvio em frequência  $C_\epsilon^{-1}$  e modificação na amplitude  $C_\epsilon^{-4}$  na recepção. Assumindo que a mesma flutuação  $u$  contribui para a frequência  $C_\epsilon S$  do ruído próprio e  $C_\epsilon S/2$  do ruído de cisalhamento vem [108]:

$$B(C_\epsilon S) = 2Ba(2C_\epsilon S) \quad (\text{III.29})$$

e

$$I(\theta, C_\epsilon S) = \{a(C_\epsilon S) + 2Ba(2C_\epsilon S)(\cos^4 \theta + \cos^2 \theta)/2\} C_\epsilon^{-4}(\theta) \quad (\text{III.30})$$

Este modelo simples mostrou-se capaz de fornecer resultados robustos.

Medidos o espectro a  $90^\circ$ ,  $C_\epsilon^{-4}(90)a(C_\epsilon S)$ , e a um ângulo  $\theta$  para o qual efeitos de refração sejam negligenciáveis, extraído do segundo espectro o espectro do ruído próprio corrigido para o desvio Doppler e amplificação convectiva, o espectro encontrado, submetido às mesmas correções ( $b(C_\epsilon S)$  - ver Figura III.11) satisfaz aceitavelmente a equação (III.29). Para um dado jato,  $B$  obtido experimentalmente assume um valor entre 0,8 e 1,8, dependendo do número de Mach, e aproximadamente independente da frequência e do ângulo  $\theta$  (variação inferior a 1 dB) [108].

O modelo fornece boa comparação com os resultados experimentais [16, 53, 108] e pode ser usado para prever o espectro a qualquer ângulo, a menos da refração, conhecido o espectro a  $90^\circ$ . NOSSEIR e RIBNER [108] mostraram que os espectros  $a(C_\epsilon S)$ , obtidos a partir de dados experimentais de vários pesquisadores, podiam ser ajustados em uma única curva (Figura III.12), sendo ne-



cessário para a previsão apenas o valor de pico de pico de  $a(C_E S)$

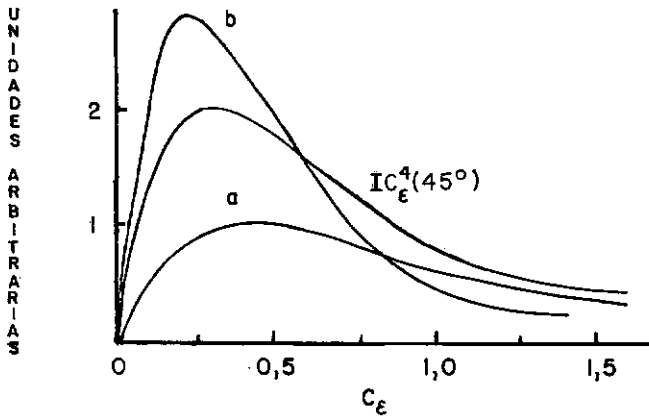


Figura III.11 - Espectros básicos:  $I(45^\circ, C_E S)$ ,  $C_E^4(45^\circ)$  e  $a(C_E S)$ , obtidos de medidas experimentais;  $b(C_E S)$  extraído segundo (III.28)  $[10^8]$

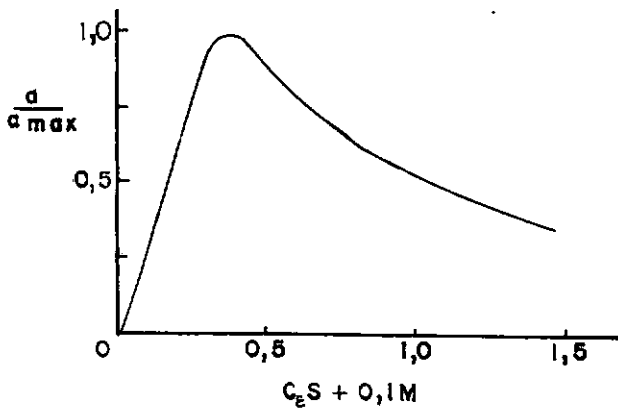


Figura III.12 - Espectro universal do ruído próprio, segundo Nosseir e Ribner

O modelo de ruído próprio e de cisalhamento fornece uma explicação para o "paradoxo do desvio Doppler inverso"  $[5, 16, 67, 123]$ : perto de  $\theta = 90^\circ$  percebe-se (a diferença é nitida) frequências mais altas do que perto do eixo, onde, devido à convecção, o contrário seria esperado. Com a diminuição de  $\theta$ , todas as frequências sofrem um desvio positivo devido à convecção, mas a contribuição do ruído de cisalhamento (frequências mais baixas) au-

menta. A refração, desviando de perto do eixo as frequências mais altas, reforça o quadro descrito.

### III.2.6 - Investigações do Acoplamento Fluido-Acústico

Diversas tentativas foram feitas de prever o campo acústico de um jato turbulento diretamente das medidas realizadas no escoamento e de relacionar causalmente fonte e ruído. Algumas destas investigações são comentadas abaixo e na seção seguinte.

CHU [67] tentou calcular a intensidade e potência acústica de um jato com  $d = 4"$  e  $U_0 = 43$  m/s, a partir da primeira - e talvez única - série de medidas detalhadas de  $\langle v_x^2, v_x^2 \rangle$ , referida a um único "volume unitário de turbulência", centrado em  $x_1/d = 4$  e  $r/d = 0,5$ . Mediu as correlações para o ruído próprio e de cisalhamento para  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  e  $90^\circ$  com separação espacial e temporal e calculou as correlações e escalas no referencial dos turbilhões. Supôs a dependência temporal separável da espacial apenas na direção radial e calculou numericamente a quarta derivada em zero das funções  $g(\tau - r_1/U_c)$  obtidas. A direcionalidade básica encontrada foi semelhante à proposta por Ribner (equação III.27)), confirmando que o vale encontrado nas medidas de intensidade sonora perto do eixo do jato é devido à refração. A estimativa da potência acústica, entretanto, comparada com o valor extrapolado de curvas experimentais  $P \times U_0$  para o número de Mach utilizado ( $M = 0,13$ ) superou-o por uma ordem de grandeza.

JONES [124] reproduziu satisfatoriamente o espectro acústico (adimensionalizado), medido por MOLLO CHRISTENSEN, KOLPIN e MARTUCELLI [125] a  $90^\circ$  do eixo de um jato circular, a partir de medidas do espectro para número de onda zero da transformada de Fourier tetradimensional de  $\langle u_1^2, u_1^2 \rangle$ , obtido de dados experimentais (a relação é dada por FFWOCS WILLIAMS [33]). A medição por faixa de frequência evitou a questão da separação e o cálculo numérico da quarta derivada de uma função experimental.

MOON e ZELAZNY [102] conseguiram prever corretamente o nível da radiação e a contribuição de cada faixa de frequência (1/3 de oitava) para a direcionalidade a vários ângulos. Consideraram cada fatia axial do jato emitindo apenas em duas frequências,  $\omega$  e  $2\omega$  (o que também evitava a questão da separação), determinadas com o auxílio das escalas espaciais medidas por Chu e por Jones, mas expressas em função da espessura da região de mistura. As correlações de velocidade foram modeladas a partir de correlações medidas experimentalmente envolvendo apenas o componente  $u_1$ , e o ruído de cisalhamento expresso em uma forma alternativa equivalente ([126] - ver capítulo IV). O modelo teórico foi acoplado a um modelo computacional de turbulência, o que mostrou que a previsão correta do nível de ruído é altamente dependente de condições iniciais.

LEE e RIBNER [100] mediram correlações por faixa unitária de frequência entre  $\ddot{v}_x^2$  e a pressão sonora no campo afastado, inferindo que a contribuição de um turbilhão para a pressão acústica é de 0,2% e estimando o número de turbilhões que contribuem para a radiação acústica em torno de 2500. A mesma técnica foi usada por HURDLE e MEECHAM [127], que mediram a correlação entre flutuações de pressão em uma turbina e no campo acústico, e por SHAFFAR [128, 129], que mediu, para  $S \leq 0,54$ , a correlação da pressão sonora com os dois tipos de termos fonte (ruído próprio e de cisalhamento) usando um velocímetro Doppler Laser e com  $\square p$  [129], medido diretamente com um "Dalamberte rômetro" (ver também [14]), e por JUVÉ, SUNYACH e COMTE-BELLOT [130], que investigaram a intermitência da emissão local na região de ajustamento e mostraram, utilizando médias condicionais, que aproximadamente a metade do ruído produzido é gerada em 10 a 20% do tempo. Associaram os períodos de maior emissão àqueles em que, devido à passagem dos vórtices, o entranhamento é mais intenso. As possibilidades e aplicações da técnica de causalidade foram discutidas por SIDDON [131].

### III.2.7 - Os Grandes Vórtices e o Campo Acústico

As observações da existência de um padrão razoavelmente regular na região de mistura despertaram grande interesse na influência das grandes estruturas sobre o campo acústico.

FUCHS [132] defendeu que a periodicidade na formação dos vórtices tornava preferencial a descrição do jato como uma fonte única, não compacta, tendo a interferência papel importante no campo acústico. MICHALKE [133] estudou teoricamente o efeito da coerência na radiação, concluindo que a coerência radial seria mais importante que a longitudinal e MICHALKE e FUCHS [134] decompueram o campo de pressões do escoamento em modos de coerência azimutal,  $A_m \cos(m\Delta\phi)$ , para estudar o seu efeito. Sugeriram que como a coerência deveria aumentar significativamente a radiação emitida, a destruição das estruturas coerentes seria um meio eficaz de redução de ruído. A coerência do campo de pressão foi investigada experimentalmente por ARMSTRONG, MICHALKE e FUCHS [135], FUCHS e MICHEL [136] e ARMSTRONG [137].

No entanto, a coerência azimutal do escoamento nunca foi satisfatoriamente demonstrada: PAO e MAESTRELLO [94-96] mostraram que enquanto a pressão após a fronteira do jato apresenta correlação apreciável para uma separação azimutal de  $45^\circ$ , na região onde a intermitência é igual a 50%, a correlação da intermitência instantânea (associada à componente radial da vorticidade) cai a menos de 20% do valor máximo para  $\Delta\phi = 15^\circ$  (ver também [83, 85, 138]). Além disso, a análise de MICHALKE e FUCHS [134] baseia-se em um termo de importância questionável em uma das muitas formas equivalentes de expressar a solução da equação de Lighthill, e que é discutida no capítulo IV. A "evidência experimental" da influência da coerência na radiação sonora apresentada por FUCHS e MICHEL [135] constitui, na verdade, forte evidência em favor da hipótese contrária (ver [138] e capítulo V), à qual se soma o sucesso de diferentes modelos para a previsão de propriedades detalhadas do campo acústico que

utilizam a hipótese de fontes incoerentes [61, 102, 108, 124].

Observe-se que um dos principais mecanismos de geração de "nova" turbulência é o entranhamento, que é associado ao transporte de fluido através da região de mistura [79], o que, como foi mostrado por LAU e FISHER [78], é um processo altamente localizado.

Foi sugerido também que o coalescimento dos vórtices seria o principal mecanismo de geração de ruído ([15, 139] e referências). Curiosamente, apenas experimentos com número de Mach muito pequeno ( $M < 0,2$ ) [139, 140] acusaram relação entre a radiação acústica e o coalescimento (comparar com [93, 141]). Recentemente, LAUFER e YEN [139] reportaram que na faixa  $0,05 < M < 0,2$ ,  $6,0 \times 10^4 < Re < 2,3 \times 10^5$  as rápidas variações da espessura da camada limite no primeiro diâmetro de extensão do jato, devidas aos coalescimentos, geram um forte campo de pressão que dá origem a ondas acústicas. A radiação é altamente direcional, o que é associado à coerência longitudinal. Embora todos os eventos de escoamentos reflitam-se, em maior ou menor grau, no campo acústico, não é de modo algum claro porque o modelo de quadripolos incoerentes distribuídos na região do escoamento seria adequado apenas para  $M > 0,2$  (a verificação da lei  $U_0^8$  por POWELL [15, 113] até  $M = 0,16$  indica a validade do modelo de Lighthill), ou porque a coerência seria importante para baixo  $M$ , quando o jato pode ser considerado compacto ( $He = d/\lambda = SM$ ), a menos que a coerência estenda-se por 10 ou mais diâmetros. Estes efeitos devem estar associados a fatores outros que não a compressibilidade, merecendo maior investigação.

## CAPÍTULO IV

### A QUESTÃO DO RUÍDO DE CISALHAMENTO

*In fact dozens of equivalent (and non equivalent) source terms have been published by flow noise researchers. This multiplicity of competing source terms has been a major contributor to confusion for at least the last decade.*

RIBNER

Perspectives in Jet Noise

#### IV.1 - INTRODUÇÃO

A questão do ruído de cisalhamento está relacionada a dois dos principais problemas do estudo do ruído de jatos: a escolha do operador que descreva mais adequadamente a propagação e a determinação dos termos de fonte mais importantes.

O termo de cisalhamento é a parcela linear  $\rho U_i \ddot{u}_j$  do fluxo de quantidade de movimento  $\rho v_i v_j$  ( $\approx \rho_0 v_i v_j$ ), conforme identificado por Lighthill [2], que notou que sua eficiência enquanto fonte acústica só é significativa se  $U_i$  varia sensivelmente em um volume de correlação.

Como  $\underline{U}$  pode ser aproximado por  $(U_1, 0, 0)$ , fica evidente que na presença de altos gradientes de velocidade o termo de cisalhamento deve responder pelo aumento da radiação emitida na direção do escoamento. A validade de sua caracterização como fonte foi, no entanto, criticada por vários autores, DOAK [41, 52] e LILLEY [56, 57] entre outros. RIBNER [16, 53] evidenciou que quando tomado como termo de propagação o efeito é praticamente o mesmo. Se a equação utilizada prevê refração, a amplificação ocorre apenas nas baixas frequências. Esta amplificação, nas formulações onde o termo de cisalhamento aparece no operador

ou não aparece explicitamente  $[30, 50, 58, 59, 61]$ , pode ser expressa por um coeficiente de transmissão dependente do número de Mach e dos índices dos componentes do quadripolo (ver  $[30, 50, 118]$ ). É mais efetiva para o componente  $T_{11}$ , quando o coeficiente de transmissão é dado aproximadamente por:

$$C^{-2} = (1 - M_c \cos \theta)^{-2}$$

para a pressão acústica (e por  $C^{-4}$  para a intensidade).

Os resultados obtidos com o termo de cisalhamento como fonte são numerosos e esta escolha permite a decomposição do espectro do ruído em dois espectros semelhantes, separados por aproximadamente uma oitava. Contudo, mesmo nas abordagens baseadas na equação de Lighthill (II.5), o papel atribuído ao termo de cisalhamento varia consideravelmente de acordo com o pesquisador, o que se deve à infinidade de formas nas quais pode ser expresso. A cada uma destas formas é atribuído um papel diferente, relacionado com alguma particularidade do campo acústico. Estas expansões são comparadas, analisadas e criticadas abaixo.

#### IV.2 - AS DIVERSAS EXPANSÕES

Embora tenha identificado o termo de cisalhamento como

$$\rho U_i U_j$$

LIGHTHILL [2] preferiu expressá-lo de forma a explicitar o gradiente de velocidade. Ao estabelecer a equivalência (II.30)

$$\frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial t} = \rho \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = \rho e_{ij} \quad \begin{matrix} \text{(IV.1)} \\ \text{(II.30)} \end{matrix}$$

válida para baixo  $M$ , sugeriu que na presença de um alto cisalhamento médio,  $\partial U_1 / \partial r$ , os termos predominantes em  $T_{ij}$  seriam aqueles para os quais  $e_{ij}$  apresentasse um valor elevado, o gradiente

de velocidade atuando como amplificador de som e gerando a tendência para a orientação dos máximos dos quadripolos segundo os eixos principais de tensão médios no escoamento. Então, a direcionalidade do ruído seria dominada por estes termos, ou seja, por

$$4n_1^2(n_2^2 + n_3^2) = \sin^2 2\theta$$

pois sua contribuição para a pressão acústica é (o índice  $c$  indica cisalhamento)

$$\begin{aligned} p_c(\underline{x}, t) &= \frac{\sin 2\theta}{4\pi x c_0^2} \int \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \sin \phi + \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \cos \phi \right) \left[ \frac{dp}{dt} \right] dV = \\ &= \frac{\sin 2\theta}{4\pi x c_0^2} \int \frac{\partial U_1}{\partial r} \left[ \frac{dp}{dt} \right] dV \end{aligned} \quad (\text{IV.2})$$

O argumento é suportado pela evidência experimental (citada em [2, 19, 38]) de que a direcionalidade das *altas frequências*, provenientes do início da região de mistura, onde o cisalhamento é mais intenso, aproxima-se de um trevo de quatro folhas, e pelo fato de que na presente aproximação

$$\frac{\partial^2 T_{ii}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} (2 \operatorname{div} \underline{v}) \rightarrow 0 \quad (\text{IV.3})$$

(II.31)

justificando a predominância de quadripolos laterais.

Em [38], LIGHTHILL parece sugerir para a direcionalidade "básica"

$$D(\theta) = 1 + 4\sin^2 2\theta \quad (\text{IV.4})$$

A idéia da predominância do quadripolo  $T_{1r}$  (obtido pela combinação do quadripolo  $T_{12}$  e  $T_{13}$ ) levou vários autores [2, 101, 142] a buscar uma justificativa para a não existência de um "vale" a  $90^\circ$ , onde a radiação deste quadripolo não alcança, vale que pode ser preenchido por outros quadripolos laterais, de orientação aleatória.



RIBNER([<sup>22</sup>, <sup>106</sup>], corrigido em [<sup>120</sup>]), utilizando

$$\ddot{T}_{xx} = \rho_0 v_x^2 \cong \rho_0 (\ddot{u}_x^2 + 2U \cos \theta \ddot{u}_x) \quad (\text{IV.5})$$

e modelando as correlações quádruplas de velocidade com as hipóteses mencionadas no item (III.2.6) (i.e., turbulência homogênea, isotrópica e incompressível, com distribuição normal conjunta de probabilidade, superposta ao escoamento médio e a separação em fatores espaciais e temporais das correlações de velocidade), obteve

$$D(\theta) = 1 + B(\cos^4 \theta + \frac{\sin^2 2\theta}{8}) \quad (\text{IV.6})$$

(III.27)

onde B é a razão entre as amplitudes máximas do ruído de cisalhamento e do ruído próprio. A direcionalidade deste, pelas hipóteses assumidas, independe da modelação adotada. A do ruído de cisalhamento, ao contrário do proposto por Lighthill, é dominada pelo quadripolo longitudinal  $T_{11}$  (ver Figura IV.1), o que é decorrente não só da modelação das correlações, mas do uso da formulação (IV.5), pois, expandindo-se o termo de cisalhamento, tem-se:

$$\begin{aligned} 2U \cos \theta u_x &= 2U u_1 \cos^2 \theta + 2U u_r \sin \theta \cos \theta = \\ &= 2U u_1 \cos^2 \theta + U u_r \sin 2\theta \end{aligned} \quad (\text{IV.7})$$

No cálculo da intensidade, a razão entre as amplitudes de  $(T_{11})_c$  e  $(T_{1r})_c$  será 4. A modelação das correlações introduz mais um fator 2, levando ao 1/8 em (IV.6).

Neste modelo, os dois tipos de ruído não interferem [<sup>120</sup>] e têm espectros semelhantes, defasados de uma oitava, o que possibilita, conhecido o espectro do ruído próprio (que pode ser medido a 90°), o conhecimento do espectro a qualquer ângulo (a menos da refração). A confirmação da predição teórica do valor de B em torno da unidade [<sup>108</sup>] mostra que os dois tipos de ruído têm a mesma importância, ao contrário do papel predominante

te previsto por Lighthill para o ruído de cisalhamento. Além disso, por ser um termo linear nas flutuações de velocidade, é associado às baixas e não às altas frequências.

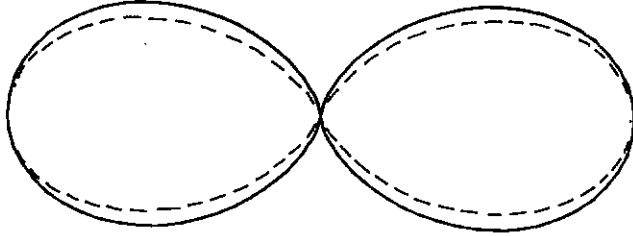


Figura IV.1 - Direcionalidade básica do ruído de cisalhamento (ver (IV.6)). A linha pontilhada delimita a contribuição de  $(T_{11})_c$

CSANADY [118] (complementado por KRISHNAPPA [143]), manipulando o termo fonte

$$2 \frac{\partial^2 \rho U_i u_j}{\partial x_i \partial x_j}$$

mostrou que, embora a parte mais significativa,

$$\sum_{j=2}^3 2 \frac{\partial U_1}{\partial x_j} \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_1} = 2 \frac{\partial U_1}{\partial r} \frac{\partial \rho u_r}{\partial x_1} \quad (\text{IV.8})$$

seja, como haviam apontado MOLLO CHRISTIENSEN e NARASHIMHA [144], equivalente a um dipolo, a equivalência é ilusória, pois no campo afastado tem-se

$$2 \int \frac{\partial U_1}{\partial r} \left[ \frac{\partial \rho u_r}{\partial y_1} \right] dV = - \frac{2 \cos \theta}{c_0} \int \frac{\partial U_1}{\partial r} \left[ \frac{\partial \rho u_r}{\partial t} \right] dV \quad (\text{IV.9})$$

onde a derivada temporal pode ser substituída por um divergente, dando origem a quadripolos  $T_{11}$ ,  $T_{12}$  e  $T_{13}$  (ou  $T_{11}$  e  $T_{1r}$ ). O argumento é correto e o termo de cisalhamento obtido, a menos do sinal, também, mas não o modo como foi obtido (ver Apêndice I).

JONES [126], trabalhando com Csanady, obteve o resultado correto a partir de (IV.1) em um referencial Lagrangeano deslocando-se com a velocidade de convecção das fontes, suposta constante. Abandonando os octupolos, encontrou, para a parte principal do termo de cisalhamento, quando se explicita o gradiente de velocidade

$$\frac{\partial U_1}{\partial r} \left\{ 2 \cos^2 \theta \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_1 u_r) + \sin^2 \theta \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_r^2 + p) \right\} \quad (\text{IV.10})$$

que contém o termo identificado por Lighthill e outros que provêm da *parte flutuante* de  $e_{ij}$ , explicitando assim a dependência das tensões de Reynolds instantâneas do cisalhamento médio. Mostrou também que, como na dedução de (IV.10) apenas uma derivada temporal pode ser efetuada no referencial lagrangeano (as outras, dos passos intermediários, devem ser calculadas no referencial fixo), nesta formulação a amplificação convectiva do ruído de cisalhamento é reduzida a  $C^{-2}$  para a pressão e  $C^{-3}$  para a intensidade. Propôs que o ruído de cisalhamento seria dominante, sendo a direcionalidade do ruído *total* melhor representada por  $C^{-3}$  do que por  $C^{-5}$ , especialmente para alto número de Mach.

Observe-se que para expressar o termo de cisalhamento como quadrático nas flutuações de velocidade perde-se uma derivada temporal, o que reforça a associação com as baixas frequências.

KRISHNAPPA e CSANADY [142] compararam a direcionalidade do ruído, medida experimentalmente, com a direcionalidade de um quadripolo lateral de cisalhamento  $T_{1r}$ , proposta por Jones,

$$C^{-3} \sin^2 2\theta$$

sugerindo que 4/5 do ruído são de cisalhamento e que o componente  $T_{1r}$  seria dominante devido ao termo  $p \partial U / \partial r$ , identificado por Lighthill. No entanto, esta repartição não explica a ausência

de um vale a  $90^\circ$ , deixando os autores em apuros para encontrar uma justificativa.

FFWOCS WILLIAMS [50], entretanto, mostrou que a contribuição de termos como  $p\bar{e}_{ij}$  para o ruído total  $\bar{e}$ , para o número de Mach local subsônico, inexpressível: estes termos tendem a ser predominantes quando as derivadas em  $\bar{e}_{ij}$  são muito elevadas, i.e., no limite  $\bar{e}_{ij} \rightarrow \infty$ . Neste limite, a integral volumétrica transforma-se em uma integral de superfície que, como mostrou POWELL [47], dá lugar a fontes de ordem superior (octupolos, etc.). Modelando o jato por um escoamento plano e expressando a solução da equação de Lighthill por meio da solução de Curle, o termo de cisalhamento fica restrito à fronteira e aparece como uma distribuição superficial de *dipolos* que, por sua vez, é equivalente à imagem da distribuição volumétrica de quadripolos. A solução é expressa por meio de coeficientes de transmissão e dispensa a modelagem dos termos de cisalhamento. FFWOCS WILLIAMS [50, 54] chamou também a atenção para a presença, como fonte, de termos lineares que podem parecer dominantes e refletir apenas efeitos do escoamento na propagação (refração, por exemplo) e não geração de som (ver também [30]). Estes termos deveriam ser ou muito bem especificados ou evitados na formulação do problema.

MICHALKE e FUCHS [134] puseram novamente em evidência o termo de cisalhamento de Lighthill. Combinando as equações de conservação de massa e quantidade de movimento para um fluido invíscido, encontraram a relação de recorrência, válida no campo afastado

$$\int_D \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\rho v_x^m] dV = m \int_D \frac{\partial}{\partial t} \left[ p \frac{\partial v_x^{m-1}}{\partial y_x} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} (p v_x^{m-1}) \right] dV + \frac{1}{c_0} \int_D \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\rho v_x^{m+1}] dV \quad (IV.11)$$

onde

$$\frac{\partial v_x}{\partial y_x} = (\underline{n} \cdot \nabla) v_x = n_i n_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (\text{IV.12})$$

e a partir dela expressaram a solução da equação de Lighthill, com  $T_{ij} = \rho v_i v_j$ , na forma

$$p(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi x c_0^2} \int_V \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{2p}{(1-M_x)^3} \frac{\partial v_x}{\partial y_x} \right\} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{p v_x (2-M_x)}{(1-M_x)^2} \right\} \right] dV_y \quad (\text{IV.13})$$

válida para  $M_x < 1$ , que explicita a amplificação convectiva em função do número de Mach local e instantâneo, *considerando a turbulência no referencial fixo*.

Propuseram (também em [135]) que para  $\theta < 60^\circ$ , o ruído de cisalhamento é dominante e pode ser satisfatoriamente modelado por

$$p_c(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi x c_0^2} \int_V \frac{2}{(1-\bar{M}_x)^3} \frac{\partial u_x}{\partial y_x} \left[ \frac{\partial p}{\partial t} \right] + \frac{\bar{M}_x (2-\bar{M}_x)}{(1-\bar{M}_x)^2} \left[ \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right] dV_y \quad (\text{IV.14})$$

que quando  $M_x \rightarrow 0$  é idêntico a (IV.2). Assim, para estimativas da intensidade do ruído para  $\theta < 60^\circ$ , seria necessário apenas o conhecimento do interespectro de  $p$  dentro do jato, e não de correlações quádruplas medidas no referencial Lagrangeano.

A quase totalidade das abordagens posteriores concentra-se no papel do cisalhamento na propagação. Destas, a mais interessante é a de DOWLING, FFWOCS WILLIAMS e GOLDSTEIN [30] que, retomando a analogia de Lighthill, constroem a função de Green que anula a contribuição dos termos lineares - modelados como uma distribuição de dipolos e monopolos em uma fronteira imaginária - e que contém o efeito destes termos nos coeficientes de transmissão da radiação através da fronteira (ver item II.4.5).

### IV.3 - ANÁLISE

Apesar das diferenças e contradições (muitas aparentes), as diversas abordagens complementam-se.

Embora a direcionalidade proposta e a associação com as altas frequências não fossem corretas, Lighthill estava certo ao falar em amplificação do ruído pelo cisalhamento: todas as formulações, sejam as que consideram o cisalhamento como fonte [120, 117, 134] ou as que o consideram no operador de propagação [58, 59], na condição de contorno explicitamente [50] ou aparentemente o retiram do problema [30, 61], acusam o aumento da radiação na direção do escoamento que é devido, direta ou indiretamente, à existência de cisalhamento. Mas a amplificação não se processa exatamente como proposto por Lighthill: a explicitação do gradiente de velocidade tem como preço a redução da amplificação convectiva, como pode-se concluir da análise de Jones.

O sucesso do modelo de Ribner com  $B \approx 1$  mostra que os dois efeitos praticamente se cancelam, e que os dois tipos de ruído têm a mesma importância. Da mesma forma que fronteiras sólidas, as fronteiras fluidas têm um papel razoavelmente passivo na geração aerodinâmica de som, que pode ser visto como a mera reflexão das fontes, mas o resultado é a amplificação sensível na direção do movimento, de forma que, se o cisalhamento não tem o papel predominante previsto por Lighthill, não se justifica também a afirmação de Ffowcs Williams, ao estabelecer a forma dos coeficientes de transmissão, de que "não se observa amplificação pelo cisalhamento" [50]. Esta afirmação é curiosa, pois parece originar-se da identificação do termo principal de cisalhamento com  $p \partial U / \partial r$ , em detrimento dos outros identificados por Jones, pois se não houvessem termos de cisalhamento efetivos *não existiriam os coeficientes de transmissão*.

Da análise de FFWOCS WILLIAMS [50] pode-se concluir que o termo apontado por Lighthill como predominante é o menos importante e que a parte efetiva do ruído de cisalhamento é aquela que, na formulação de Jones, pode ser expressa como quadrática

nas flutuações de velocidade - justamente a parte retida por Lilley como fonte em (II.53). Assim, pode-se escrever

$$n_i n_j \int_D U(\underline{y}) \frac{\partial u_j}{\partial t}(\underline{y}, t) dV_{\underline{y}} \cong n_i n_j \int_D \frac{\partial U_i(\underline{y})}{\partial r} \frac{\partial}{\partial t} (u_r u_j(\underline{y}, t)) dV_{\underline{y}} \quad (\text{IV.15})$$

Como a amplificação convectiva correspondente aos quadripolos do segundo membro em (IV.15) é a correspondente a dipolos, é natural estabelecer ligação entre este termo e o dipolo em (IV.8), embora não exista caminho direto entre as duas formulações (ver Apêndice I).

A equação (IV.13) é bastante interessante. De (IV.11) - que pode ser vista como uma generalização "acústica" do Teorema do transporte de Reynolds para o escoamento livre de um fluido inviscido, válida no campo afastado - conclui-se, usando  $m=2$ , que a amplificação convectiva em (IV.13) é proveniente do termo  $\rho v_x^3$ , que representa a convecção na direção de  $\underline{x}$  de  $\rho v_x^2$ , ou seja, é parte do octupolo em (II.29).

No referencial Lagrangeano a amplificação convectiva é explicitada e os octupolos, na sua maior parte, são eliminados. No referencial Euleriano, se forem *corretamente* considerados, responderão pela amplificação convectiva.

Quanto à equação (IV.14), provavelmente é inútil, pois o termo dominante

$$\frac{\partial U}{\partial y_x} \frac{\partial p}{\partial t}$$

é exatamente aquele que Ffowcs Williams mostrou não ser importante. Michalke e Fuchs escolheram a parte *errada* do ruído de cisalhamento, esquecendo, como fizera Lighthill 20 anos antes, a dependência das tensões de Reynolds instantâneas do cisalhamento médio, que já havia sido lembrada, em conexão com a geração de

ruído, por Jones.

Uma das razões do aparente sucesso do emprego de (IV.14) é que, por conter quadripolos de todos os tipos (se todos os componentes de  $\underline{U}$  são considerados), pode ser responsabilizada por quase qualquer efeito observado. Um exemplo é a direcionalidade: a formulação de Ribner e as que envolvem formas de coeficientes de transmissão, bem como a estimativa de  $D(\theta)$  através de medidas de correlações no jato realizada por CHU [67], apontam que o termo principal do ruído de cisalhamento é um quadripolo  $T_{11}$ , que responde pela concentração de baixa frequências perto do eixo do jato. Para que (IV.14) incorporasse este efeito, foram postos em evidência [134, 135] um quadripolo proporcional a  $\partial U_1 / \partial x_1$ , que é seguramente negligenciável, e o segundo termo de (IV.14) um octupolo proveniente das parcelas de convecção de pressão e que é tão mais negligenciável quanto menor for a frequência considerada, pois

$$\overline{M}_x \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \sim \omega \overline{M}_x \frac{\partial p}{\partial t}.$$

Lighthill, Krishnappa e Csanady e Michalke e Fuchs foram enganados pelo mesmo termo. O que os três primeiros viram foi o efeito de refração, que dá a direcionalidade das altas frequências a forma aproximada de um trevo de quatro folhas, característica de um quadripolo lateral.

A variação da intensidade de forma mais suave que  $C^{-5}$ , observada por Jones, é explicada pela redução da amplificação convectiva discutida no item III.2.3 e que foi estudada, entre outros, por CSANADY [117].

Os modelos de Ribner e de Jones, ao menos para baixo números de Mach, são equivalentes. A maior simplicidade do primeiro (que, contudo, não contém praticamente nenhuma simplificação) pode ser convenientemente explorada. MOON e ZELAZNI [102] utilizaram o segundo para predição, medindo experimentalmente o cisalhamento médio. Os resultados obtidos foram excelentes. Utilizaram a hipótese de Ribner (III.29) e o fator modificado  $C_\epsilon$ . Curio



samente, ignoraram o termo  $p\partial U/\partial r$  sem citar nenhuma referência que justificasse o procedimento.

Quanto aos pontos conflitantes nas abordagens de Lighthill e Ribner, sō foram resolvidos parcialmente por Csanady e por Jones: enquanto Lighthill demonstrou a predominância de *quadripolos laterais*, no modelo de Ribner predomina um *quadripolo longitudinal independente dos outros quadripolos*.

A ponte entre as duas abordagens, que tem sido negligenciada, ē a equação (IV.3), cuja integral instantânea (exata) ē

$$\int \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2} dV = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \rho v^2 dV = 2 \frac{\partial}{\partial t} \int p \operatorname{div} \underline{v} dV \quad (\text{IV.16})$$

e que tende a zero com  $M$ . O abandono de  $\partial^2/\partial t^2(p - \rho c_0^2)$  ē justificado para jatos homogêneos de ar frio.

Aparentemente Lighthill justificou o abandono da contribuição de  $T_{11}$  para o ruído de cisalhamento no fato de que este termo se combina com outros para compor uma fonte simples de eficácia muito menor (da ordem de  $M^2$ , segundo demonstraram POWELL [4<sup>2</sup>] e HOWE [4<sup>3</sup>]) que a dos quadripolos laterais (ver equação (I.38)) mas se tr  $\ddot{T}$  ē praticamente nulo, cada um dos  $\ddot{T}_{ij}$  nã o ē necessariamente.  $\ddot{J}_{11} = \ddot{T}_{11} - 1/3(\ddot{T}_{ij})$  seguramente nã o ē nulo.

Se  $M \ll 1$  tem-se, de (IV.16),

$$2 \int \frac{\partial^2 U_i u_i}{\partial t^2} dV = - \int \frac{\partial^2 u_i u_i}{\partial t^2} dV \quad (\text{IV.17})$$

que evidencia a interdependência entre os termos de ruído prōprio e de cisalhamento. Como  $U_r$  e suas derivadas sã o negligenciáveis, (IV.17) reduz-se a

$$2 \int \frac{\partial^2 U_1 u_1}{\partial t^2} dV = - \int \frac{\partial^2 u_i u_i}{\partial t^2} dV \quad (\text{IV.18})$$

A interdependência pode manifestar-se de duas formas: no escoamento, modificando as correlações para turbulência na ausência de cisalhamento médio, e no campo acústico, através da *interferência* entre os dois tipos de ruído.

Existiria a possibilidade de que o ruído próprio e o de cisalhamento sejam instantaneamente dependentes, mas que a contribuição dos termos de interferência para a intensidade acústica (i.e., para a intensidade média) seja nula ?

Os termos de interferência podem ser expressos por  $\langle 2U_1 \ddot{u}_k, (u_i \ddot{u}_j) \rangle$ . Lembrando que apenas termos com  $l, k, i, j$  iguais dois a dois precisam ser considerados, tem-se dois tipos de termos: aqueles que podem ser calculados em função de correlação envolvendo apenas flutuações de velocidade por meio de (IV.18) (quando  $i = j$  e  $k = l$ ) e aqueles sobre os quais (IV.18) não fornece nenhuma informação (quando  $j = k \neq i = l$ ) e que têm direcionalidade  $\sin^2 2\theta$ . Somando os do primeiro tipo, obtem-se de (IV.18).

$$2\langle U_1 \ddot{u}_1, (u_i \ddot{u}_i) \rangle = -4\langle U_1 \ddot{u}_1, U_1 \ddot{u}_1 \rangle \quad (\text{IV.19})$$

A equação (IV.19) mostra que se todos os termos de interferência forem nulos, a contribuição do termo principal do ruído de cisalhamento,  $(T_{11})_C$ , também o será, de forma que alguma interferência deve existir, a menos que o termo  $\langle U_1 \ddot{u}_1, \ddot{u}_1^2 \rangle$  seja nulo e que os outros termos do lado direito de (IV.19) combinem-se com os do segundo tipo, anulando-se, para o que não há nenhuma razão aparente, já que os termos do segundo tipo são *quadrípolos laterais* para os quais não há nenhuma restrição.

É conveniente examinar as hipóteses utilizadas por Ribner para descartar a interferência.

Admitindo a separação (III.25), tem-se

$$\langle \ddot{u}_k, (\ddot{u}_i \ddot{u}_j) \rangle = \left. \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \right|_{\tau=0} g_3(\tau) \langle u_k, u_i, u_j \rangle \equiv \left. \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \right|_{\tau=0} G(\tau) \quad (\text{IV.20})$$

que seria nulo porque  $\langle u_k, u_i, u_j \rangle$  é nulo. A hipótese de separação é útil para a modelagem de correlações e excelente para a obtenção de resultados qualitativos, mas deve ser aplicada com cautela, principalmente quando um dos fatores é nulo. Observe-se que  $g_3(\tau)$  é *definida* em (III.25). Para  $\tau=0$ , tem-se, de (IV.20)

$$\frac{\partial^4}{\partial \tau^4} g_3(0) = \frac{\langle \ddot{u}_k, (\ddot{u}_i \ddot{u}_j) \rangle}{\langle u_k, u_i, u_j \rangle} \quad (\text{IV.21})$$

A igualdade em (IV.20) depende da validade da separação. A única afirmativa que pode ser feita com certeza é que  $G(0)=0$ . Nada pode ser afirmado sobre  $\partial^4/\partial \tau^4 G(\tau)$  em  $\tau=0$ .

A interferência traz um problema interessante, pois relaciona componentes de diferentes frequências de uma mesma flutuação  $u$ . Mas sua existência não afeta a capacidade de previsão do modelo de Ribner, já que, desde que o coeficiente  $A_1$  em (III.20) seja diferente de zero (o que é confirmado pela medição de  $D(\theta)$  no jato por CHU [67]), a direcionalidade básica pode sempre ser expressa como

$$D(\theta) = 1 + B(\cos^4 \theta + A' \sin^2 2\theta) \quad (\text{IV.22})$$

Associando o termo isotrópico ao ruído próprio, a parcela entre parenteses refere-se aos termos de cisalhamento e aos de interferência (que também podem ser vistos como termos de cisalhamento) já que nenhum deles contribui para a intensidade em  $\theta=90^\circ$ . O valor de  $B$  e o espectro do ruído de cisalhamento obtidos a partir de dados experimentais devem referir-se a esta soma.

O sucesso do modelo em diferentes aplicações é devido ao fato de que é baseado nas propriedades dos quadripolos, a mo

delação das correlações tendo um papel secundário (apenas o valor de  $A'$  depende explicitamente desta modelação). No entanto, para a modelação de correlações da pressão sonora em duas direções, que relacionam diferentes componentes de  $\underline{v}$ , a modelação das correlações de velocidade será importante (ver [145, 146] e capítulo V). Para a previsão de propriedades que podem ser verificadas com um único microfone, o modelo de Ribner constitui uma excelente ferramenta.

## CAPÍTULO V

### CORRELAÇÕES NO CAMPO ACÚSTICO

#### V.1 - INTRODUÇÃO

A maior parte das informações necessárias às aplicações práticas - intensidade resultante no campo afastado, direcionalidade e espectro - podem ser obtidas com um único microfone. Embora permitam caracterizar o jato como fonte sonora, estas medidas não contêm informação suficiente para esclarecer questões relacionadas com o próprio mecanismo de geração.

Correlações com dois microfones podem verificar relações de fase entre ruídos emitidos em direções diferentes, fornecendo informações relacionadas à estrutura e distribuição espacial das fontes, i.e., do escoamento.

Maestrello mediu estas correlações ao campo acústico próximo ao jato [72], o que permitiu a obtenção de características médias da emissão das diversas regiões do jato e no campo afastado [147, 148], onde as medidas refletem propriedades do jato como um todo.

As correlações no campo acústico próximo foram interpretadas por PAO e MAESTRELLO [94-96], e estão comentadas na seção V.8.

As correlações no campo afastado foram analisadas por MAESTRELLO [149], RIBNER [150] e FUCHS [151]. Maestrello mostrou que estas correlações podiam ser reproduzidas por um modelo de quadripolos pontuais discretos, com baixa coerência, mas não por monopolos dispostos da mesma forma. Ribner, utilizando o modelo de ruído próprio e de cisalhamento e uma distribuição cilíndrica de quadripolos pontuais incoerentes, obteve bons resultados na reprodução das correlações de [147], enquanto Fuchs defendeu que poderiam ser explicadas em função da coerência azimutal das fontes, hipótese defendida também por FUCHS e MICHEL [136], em relação às correlações de [148] (para faixas estreitas

de frequência e restritas ao plano  $\theta = 90^\circ$ ) e criticada por RIBNER [152] e BONNET e FISHER [138].

No entanto, alguns pontos foram ignorados por estes autores ou não foram satisfatoriamente explicitados. Para resolver estes pontos conflitantes e em aberto, procederemos a seguir à modelação de forma bem concisa das correlações da pressão sonora no campo afastado, inicialmente para o jato compacto, que pode ser representado por um único quadripolo, e então para o caso geral.

## V.2 - CORRELAÇÕES PARA O JATO CÔMPACTO

Seja um quadripolo pontual  $\underline{\underline{T}}$  localizado em  $\underline{y}_0$ , as direções de seus eixos principais variando aleatoriamente e dois observadores  $\underline{x}$  e  $\underline{x}'$ ,  $x, x' \gg y_0$ , no campo afastado, equidistantes da origem do sistema de coordenadas ( $x = x'$ ) e separados por um ângulo  $\psi$ . Tem-se então

$$p(\underline{x}, t) \cong \frac{1}{4\pi x c_0^2} \underline{n} \cdot [\underline{\underline{T}}] \cdot \underline{n} = \frac{1}{4\pi x c_0^2} [\ddot{T}_{xx}(\underline{y}_0, t)] \quad (V.1)$$

$$p(\underline{x}', t) \cong \frac{1}{4\pi x c_0^2} \underline{n}' \cdot [\underline{\underline{T}}] \cdot \underline{n}' = \frac{1}{4\pi x c_0^2} [\ddot{T}_{x'x'}(\underline{y}_0, t)] \quad (V.2)$$

$$\cos\psi = \underline{n} \cdot \underline{n}' = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\Delta\phi \quad (V.3)$$

A correlação

$$R(\underline{x}, \underline{x}', \tau) = \overline{p(\underline{x}, t)p(\underline{x}', t+\tau)} = \frac{1}{(4\pi c_0^2 x)^2} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \overline{T_{xx}(\underline{y}_0, 0)T_{x'x'}(\underline{y}_0, \tau)} \quad (V.4)$$

onde foi utilizada a hipótese de estacionariedade e

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= \tau + (r-r')/c_0 = \tau + (|\underline{x}-\underline{y}_0| - |\underline{x}'-\underline{y}_0|)/c_0 \cong \\ &\tau + (x-x')/c_0 + y_0 \cdot (\underline{n}-\underline{n}') = \tau + \underline{y}_0 \cdot (\underline{n}-\underline{n}')/c_0 \end{aligned} \quad (V.5)$$

é mais facilmente analisada se  $T_{x'x'}$  é expresso em função de  $T_{xx}$  e do ângulo  $\psi$ . Considere-se  $\underline{y}_0 = 0$  e um sistema de eixos cartesianos ortogonais  $\alpha, \beta, \gamma$ , de origem coincidente com o siste-

ma  $x_1, x_2, x_3$ , e unitários  $\underline{e}_\alpha, \underline{e}_\beta, \underline{e}_\gamma$ ,  $\underline{e}_\alpha = \underline{n}$  e  $\underline{e}_\beta, \underline{n}$  e  $\underline{n}'$  coplanares. Neste sistema tem-se

$$\underline{n}' = \cos\psi \underline{e}_\alpha + \sin\psi \underline{e}_\beta \quad (\text{V.6})$$

$$T_{xx} = T_{\alpha\alpha} \quad (\text{V.7})$$

$$T_{x'x'} = T_{\alpha\alpha} \cos^2\psi + T_{\beta\beta} \sin^2\psi + T_{\alpha\beta} \sin 2\psi \quad (\text{V.8})$$

e para a correlação  $R(\underline{x}, \underline{x}', \tau)$

$$R(\underline{x}, \underline{x}', \tau) = \frac{1}{(4\pi c_0^2 x)^2} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \{ \overline{T_{\alpha\alpha}^2} \cos^2\psi + \overline{T_{\alpha\alpha} T_{\beta\beta}} \sin^2\psi + \overline{T_{\alpha\alpha} T_{\alpha\beta}} \sin 2\psi \} (\hat{\tau}) \quad (\text{V.9})$$

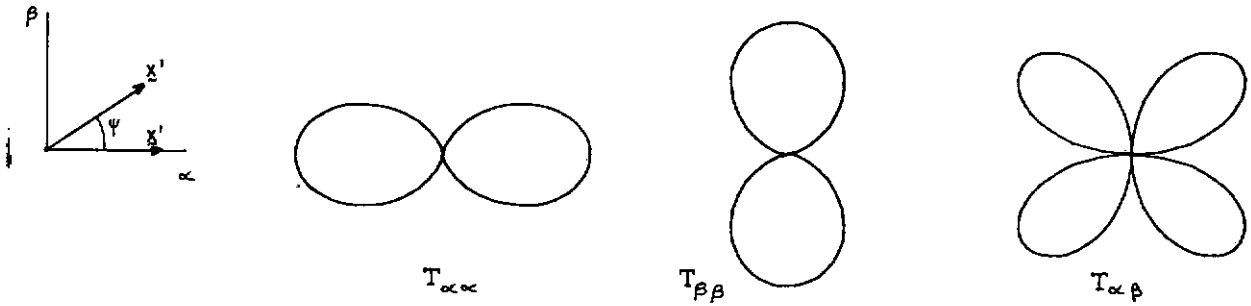


Figura V.1 - Componentes de  $\underline{T}$  que contribuem para a pressão acústica nas direções  $\underline{n}$  e  $\underline{n}'$ .  $R(\underline{x}, \underline{x}', \tau)$  é dado pela soma ponderada da autocorrelação do primeiro termo com a intercorrelação deste com os outros dois

Apenas os componentes  $T_{\alpha\alpha}$ ,  $T_{\beta\beta}$  e  $T_{\alpha\beta}$  ( $=T_{\beta\alpha}$ ) contribuem para os sinais recebidos pelos observadores  $\underline{x}$  e  $\underline{x}'$ . O quadrupolo longitudinal  $T_{\alpha\alpha}$  contribui para o sinal percebido pelos dois observadores (se  $\cos\psi \neq 0$ ), enquanto os outros dois,  $T_{\beta\beta}$  e  $T_{\alpha\beta}$ , apenas para o percebido pelo segundo (ver Figura V.1), podendo, no entanto, influir no valor da correlação se possuírem alguma dependência de  $T_{\alpha\alpha}$ .

Considere-se que  $\underline{T}$  representa um jato compacto no limite  $M_c \rightarrow 0$  (efeitos de convecção serão discutidos posteriormente). Então

$$T_{ij} = \int_D T_{ij}(\underline{y}) dV_{\underline{y}}, \quad T_{ij} = \rho v_i v_j + (p - \rho c_0^2) \delta_{ij} \quad (V.10)$$

Das três correlações em (V.9), a mais importante será a primeira, uma autocorrelação. A segunda é dominante em torno de  $\psi = 90^\circ$ . Em um jato frio e homogêneo relaciona apenas diferentes componentes do vetor velocidade, podendo ser positiva, negativa ou nula, dependendo de  $\ddot{v}_\alpha^2$  e  $\ddot{v}_\beta^2$  flutuarem em fase, em oposição de fase ou então independentemente ou em quadratura. Na presença de inhomogeneidades de composição ou temperatura, recebe um acréscimo positivo. Em qualquer caso, será menor em valor absoluto que a primeira. A terceira está associada à presença de fontes altamente direcionais (ver abaixo) e será dominada pelas correlações de velocidade. Para o jato circular, devido à axissimetria, este termo será, na maioria dos casos, menos importante que os outros dois.

Se as propriedades estatísticas da fonte apresentarem simetria esférica, a direcionalidade  $D(\theta)$  será uniforme e a correlação  $R(\psi, \tau)$  será simétrica em relação a  $\psi = 0^\circ$ , i.e., será uma função par de  $\psi$  e  $\partial^4 / \partial \tau^4 \overline{T_{\alpha\alpha} T_{\alpha\beta}}(\tau) = 0$ , reduzindo-se (V.9) a

$$R(\underline{x}, \underline{x}', \tau) = \frac{1}{(4\pi c_0^2 x)^2} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \{ \overline{T_{\alpha\alpha}^2}(\bar{\tau}) \cos^2 \psi + \overline{T_{\alpha\alpha} T_{\beta\beta}}(\bar{\tau}) \sin^2 \psi \} \quad (V.11)$$

onde as correlações independem das direções dos observadores. O coeficiente de correlação  $R(\underline{x}, \underline{x}', \tau)$  pode ser expresso por

$$R(\underline{x}, \underline{x}', \tau) \equiv \frac{R(\underline{x}, \underline{x}', \tau)}{\sqrt{R(\underline{x}, \underline{x}, 0) R(\underline{x}', \underline{x}', 0)}} = \{ R(\tau) - R^*(\tau) \} \cos^2 \psi + R^*(\tau) \quad (V.12)$$

onde  $R^*(\tau)$  é o coeficiente de correlação para  $\psi = 90^\circ$  e  $R(\tau)$  é o coeficiente de autocorrelação  $R(\underline{x}, \underline{x}, \tau)$  que terá a forma típica



ca para uma função aleatória de espectro limitado (Figura V.2).  $\tau^*$  e  $\tau_1^*$  (ver Figura) podem ser vistos como escalas temporais, que caracterizam o tempo de correlação da fonte.

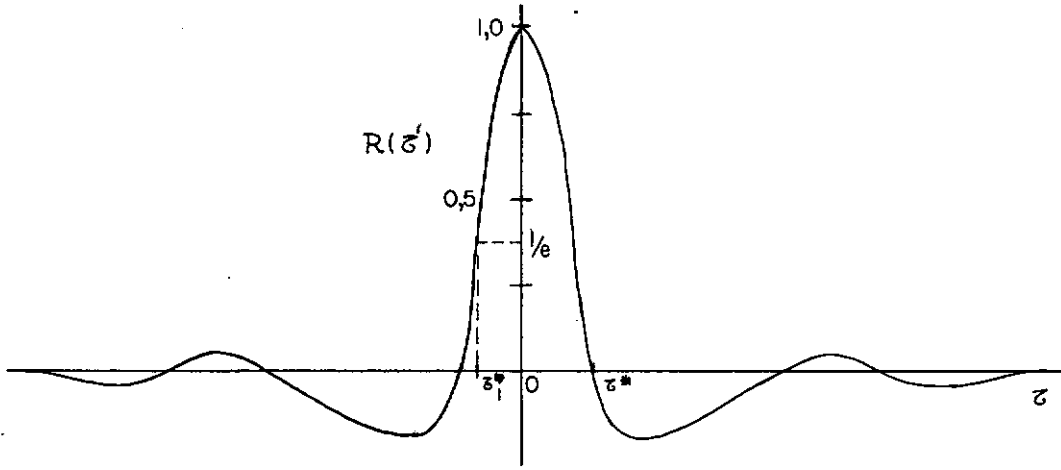


Figura V.2 - Autocorrelação (normalizada) para uma fonte aleatória de espectro limitado

Como  $\kappa = \kappa'$ , tem-se  $\hat{\tau} = \tau$  e para  $\tau = 0$  a correlação relaciona a emissão simultânea de  $T_{xx}$  e  $T_{x'x'}$ . O coeficiente de correlação  $R(\psi) \equiv R(\psi, 0)$  (aqui e onde mais, a ausência de  $\tau$  no argumento significará a referência a um valor determinado, usualmente  $\tau = 0$ ) é dado por

$$R(\psi) = (1 - R^*) \cos^2 \psi + R^* \quad (V.13)$$

A Figura V.3 mostra a forma de  $R(\psi) \times \psi$ .

Se  $\underline{x}$  e  $\underline{x}'$  fizerem o mesmo ângulo  $\theta$  com o eixo do jato,  $x_1$ , a máxima separação possível será  $\psi_{\max} = \min(2\theta, 360^\circ - 2\theta)$ , pois neste caso tem-se

$$\cos \psi = \underline{n} \cdot \underline{n}' = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos \Delta \phi \geq \cos 2\theta = \cos(360^\circ - 2\theta) \quad (V.14)$$

O coeficiente de correlação pode então ser expresso em função da separação azimutal  $\Delta \phi$  e a forma de  $R_1(\theta, \Delta \phi) \equiv R(\theta, \theta', \psi, \tau) \Big|_{\substack{\theta = \theta' \\ \tau = 0}}$  obtida da Figura V.3 mapeando-se o trecho

$\psi \in [0^\circ, \psi_{\max}]$  no intervalo  $\Delta\phi \in [0^\circ, 180^\circ]$  (Figura V.4).

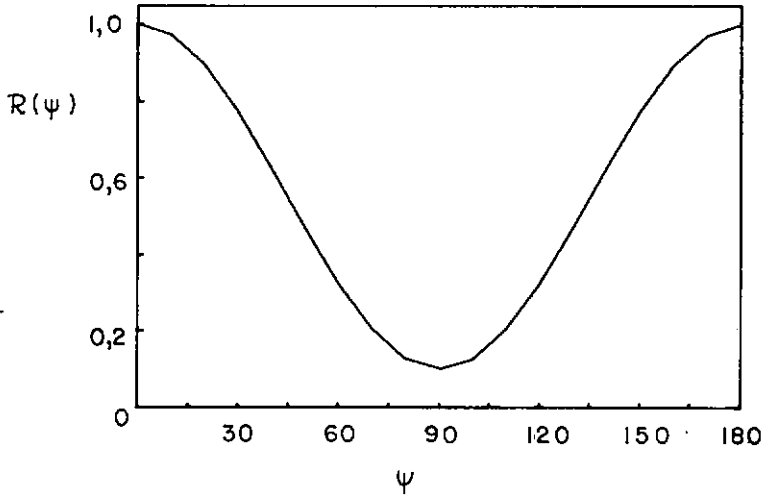


Figura V.3 - Coeficiente de correlação  $R(\psi)$ , para  $R^* = 0,1$

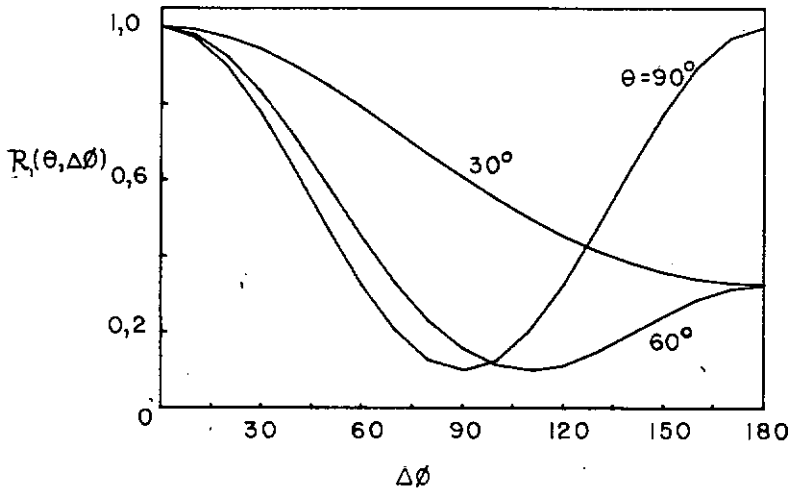


Figura V.4 - Coeficiente de correlação  $R_1(\theta, \Delta\phi)$  em função da separação azimutal, para  $R_1^* = 0,1$

Para o jato compacto, mantido o limite  $M_c \rightarrow 0$ , devido à anisotropia o coeficiente de correlação será função também de  $\theta$  e  $\theta'$  e não poderá ser expresso de forma tão compacta quanto em (V.12-13). Apenas os casos em que a separação é puramente azimutal ( $\theta = \theta'$ ) ou em que os observadores estão em um plano contendo o eixo do jato ( $\psi = \theta - \theta' \cos \Delta\phi$ ), ilustrados na Figura V.5, serão aqui examinados.

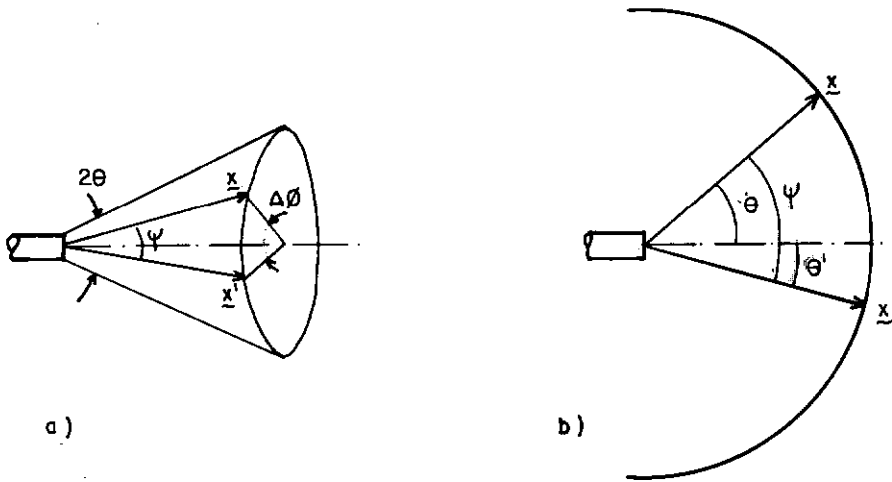


Figura V.5 - Posicionamento dos observadores. a)  $\theta = \text{cte}$ , b) plano meridiano

É conveniente voltar a examinar a equação (V.9).

Em um plano contendo o eixo do jato  $\Delta\phi = 0^\circ$  ou  $180^\circ$  e as correlações em (V.9) independem da posição do segundo observador, mas no cálculo do coeficiente de correlação a normalização introduz dependência da intensidade sonora percebida por  $x'$ , o que, como a direcionalidade básica não é perfeitamente uniforme, pode causar alguma alteração na forma mostrada na Figura V.3 que, no entanto, qualitativamente, é mantida. O terceiro termo em (V.9) será nulo se  $\alpha$  ou  $\beta$  forem coincidentes com o eixo do jato. Caso contrário, a correlação não será necessariamente simétrica em relação a  $\psi = 0^\circ$ . Este termo altera a assimetria produzida pela normalização, mas não poderá introduzir modificações apreciáveis na forma do coeficiente de correlação e será, na presente análise, desconsiderado.

$$R_2(\theta, \psi) \equiv R(\theta, \theta', \psi, \tau) \Big|_{\substack{\theta' = \theta \pm \psi \\ \tau = 0}} \quad \text{é então expresso por}$$

$$R_2(\theta, \theta', \psi) = \left\{ \left( \frac{\overline{p^2(x, t)}}{\overline{p^2(x', t)}} \right)^{1/2} - R_2^*(\theta, \psi) \right\} \cos^2 \psi + R_2^*(\theta, \psi) \quad (\text{V.15})$$

onde

$$R_2^*(\theta, \psi) = \frac{p(\underline{x}, t) p(\underline{x} e_{\underline{\beta}}, t)}{\sqrt{p^2(\underline{x}, t) p^2(\underline{x}', t)}} \quad (V.16)$$

Para as correlações com separação azimutal ( $\theta = \theta'$ ) a intensidade sonora será a mesma para os dois observadores, de forma que a normalização não introduz assimetria, mas, neste caso, o eixo  $\beta$  desloca-se com o observador  $\underline{x}'$ , de modo que o coeficiente de correlação para  $\psi = 90^\circ$  desejado varia com a separação azimutal, a menos no plano  $\theta = 90^\circ$ , onde  $\psi = \Delta\phi$ . Desconsiderando o último termo em (V.9) (que é nulo para  $\theta = 90^\circ$ ) tem-se, para  $R_1(\theta, \Delta\phi)$

$$R_1(\theta, \Delta\phi) = \{1 - R_1^*(\theta, \Delta\phi)\} \cos^2 \psi + R_1^*(\theta, \Delta\phi) \quad (V.17)$$

onde

$$R_1^*(\theta, \Delta\phi) = \frac{p(\underline{x}, t) p(\underline{x} e_{\underline{\beta}}, t)}{p^2(\underline{x}, t)} \quad (V.18)$$

O ângulo entre  $\underline{e}_{\underline{\beta}}$  e  $\underline{x}_1$  (ver equação V.6) varia de  $90^\circ$  ( $\Delta\phi = 0$ ) a  $90^\circ - \theta$ , se  $\theta < 90^\circ$ , ou a  $270^\circ - \theta$ , se  $\theta > 90^\circ$ .

Apesar da variação de  $R_1^*$  com  $\Delta\phi$ , a forma básica das curvas mostrada na Figura V.4 não será alterada:  $R$  varia aproximadamente com  $\cos^2 \psi$ , com uma correção dada por  $R_1^*$ .

Considere-se agora o jato real, ainda compacto. Se  $\theta = \theta'$ , os efeitos de convecção serão os mesmos para os dois observadores e  $R_1(\theta, \Delta\phi) = R_1(\theta, \Delta\phi, 0)$  ainda relaciona a emissão simultânea dos componentes de  $\underline{T}$ . Caso contrário, as modificações espectrais serão diferentes para os dois observadores e a correlação de emissões simultâneas se dará em  $\tau \approx \tau_m \neq 0$ , onde  $\tau_m$  é o  $\tau$  que proporciona maior valor absoluto da correlação. Referindo-se a correlação a  $\tau_m$  ( $= 0$  se  $\theta = \theta'$ ), as equações (V.14) e (V.17) continuam válidas.

### V.3 - O JATO NÃO COMPACTO

Se o jato não for acusticamente compacto não poderá ser corretamente modelado por uma única fonte, sendo o modelo de quadripolos distribuídos em um cilindro mais apropriado.

Devido à não compactidade, as diferenças de percurso da radiação de uma fonte em  $y$  aos dois microfones serão significativas (ver Figura V.6), resultando para a radiação de cada fonte em uma perda de correlação que, se os quadripolos forem incoerentes, será observada na correlação e crescerá com a separação angular e a não compactidade.

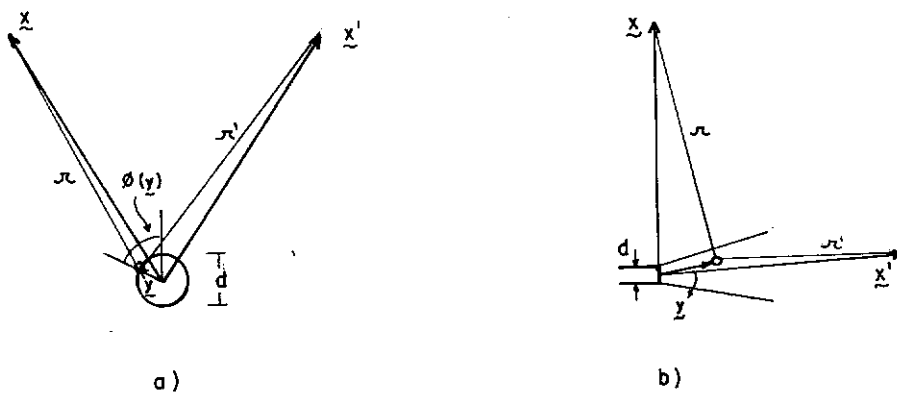


Figura V.6 - Diferenças de percurso da radiação aos dois microfones, significativas para o jato não compacto, ilustradas para os casos a)  $\theta = \theta'$  b) plano meridiano

A compactidade do jato é governada pela relação entre a extensão das fontes e o comprimento de onda típico emitido, relação que pode ser escrita

$$kd/\lambda = kSM = kHe \ll 1 \quad (V.19)$$

onde  $k$  é um número positivo.

Para correlações com separação azimutal ( $\theta = \theta'$ ), a extensão longitudinal do jato não é importante, pois como

$$\sigma \equiv \bar{\tau} - \tau = \underline{y} \cdot (\underline{n} - \underline{n}') / c_0 \quad (V.20)$$

tem-se, neste caso

$$c_0 \sigma \cong \frac{d}{2} \operatorname{sen} \theta \{ \cos(\phi(\underline{y}) - \Delta\phi) - \cos\phi(\underline{y}) \} \quad (V.21)$$

e  $k$  pode ser considerado igual à unidade. Para correlações em um plano meridiano, a extensão longitudinal será seguramente importante;  $k$  será maior ou igual a 4 (RIBNER [1<sup>5b</sup>] sugere  $k = 5,1$ , aproximadamente a extensão do cone potencial em diâmetros) e o jato comportar-se-á como menos compacto, i.e., a perda de correlação será maior. A escolha natural da origem do sistema de coordenadas no orifício de saída e a variação da frequência de emissão com a distância axial contribuem para uma maior assimetria das curvas em relação a  $\psi = 0^\circ$ .

Qualitativamente a forma de  $R_1(\theta, \Delta\phi)$  e  $R_2(\theta, \psi)$  passa à mostrada na Figura V.7.

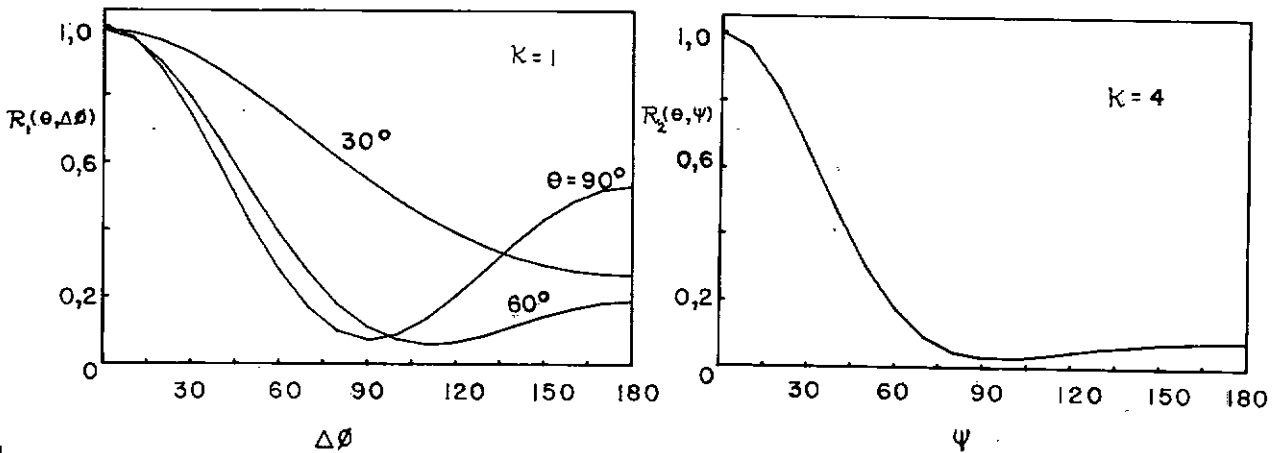


Figura V.7 - Correlações para o jato não compacto, quadripolos incoerentes. Perda de correlação calculada como  $\exp \{ \pi k He (\cos \psi - 1) \}$ . Adotou-se  $R^* = 0,1$ ,  $He = 0,1$

A compacidade do jato pode ser avaliada experimentalmente pela medida do coeficiente de correlação para  $\psi = 180^\circ$  (que no limite  $He \rightarrow 0$  é igual a 1). Para evitar efeitos de convecção, é

conveniente tomar  $\theta = \theta'$ , o que impõe a escolha  $\theta = 90^\circ$ .  $R_1(90^\circ, 180^\circ) \equiv R_c$  pode ser tomado como um coeficiente de compacidade, e sua variação com  $M$  comparada com a de He.

#### V.4 - MODELOS

As correlações publicadas por MAESTRELLO [147] apresentam as características discutidas acima para quadripolos pontuais incoerentes. É marcante o rápido decaimento com o aumento de separação angular (a menos para  $\theta = \theta' \leq 30^\circ$ ), devido parcialmente à baixa compacidade ( $R_c = 0,1$ ), proveniente do alto número de Mach ( $M = 0,75$ ). Para separação acima de  $70^\circ$ , em diversos casos são observados picos de correlação negativa.

As modelações visando a explicação dos resultados obtidos falharam, em maior ou menor grau, em explicitar a simplicidade das idéias básicas mostradas acima, especialmente quanto ao papel do coeficiente de correlação para  $\psi = 90^\circ$ , o parâmetro mais importante para baixo número de Mach, quando  $R$  pode ser modelado em função de  $R^*$ .

MAESTRELLO [149] mostrou que o modelo de quadripolos dispostos em dois anéis concêntricos podia reproduzir as correlações medidas. Não fez uso da hipótese de simetria e calculou numericamente as correlações, ajustando as amplitudes dos diversos componentes a partir das observações experimentais. A simulação visava principalmente o estudo da possibilidade de obtenção de propriedades da distribuição de fontes - tipo de singularidades, distância e diâmetros dos anéis, compacidade e "centro de massa" - a partir das correlações, i.e., o problema da inversão que é tratado também em [153, 154].

RIBNER [150] utilizando o modelo de ruído próprio e de cisalhamento e calculando separada e detalhadamente a perda de correlação para os dois tipos de ruído (aproximada para cada fonte pontual por  $\exp(-\omega\sigma)$ , sendo a frequência típica do ruído

próprio o dobro da do de cisalhamento e  $\sigma$  dado por (V.20)), obteve concordância razoável com os dados experimentais. As correlações para o ruído próprio (para as quais, pelas hipóteses assumidas,  $R^*$  independe das direções dos observadores) foram modeladas como em (V.13), e para o ruído de cisalhamento em um sistema fixo, para explicitar a emissão concentrada na direção axial. No caso compacto, o modelo fornece

$$R(\underline{x}, \underline{x}', \tau) = \frac{1}{(4\pi c_0^2 x)^2} \left\{ \frac{1}{8} + \frac{7}{8} \cos^2 \psi + \right. \\ \left. + B(\cos^2 \theta \cos^2 \theta' + \frac{1}{8} \sin 2\theta \sin 2\theta' \cos \Delta \phi) \right\} \quad (V.22)$$

que também pode ser escrito como

$$R(\underline{x}, \underline{x}', \tau) = \frac{1}{(4\pi c_0^2 x)} \left( \frac{1}{8} + \frac{B}{2} \cos^2 \theta \cos^2 \theta' + \frac{7}{8} \cos^2 \psi + \frac{B}{2} \cos \theta \cos \theta' \cos \psi \right) \quad (V.23)$$

Ribner concluiu que as correlações eram dominadas pelas diferenças de percurso da radiação aos dois microfones (não compactidade), a direcionalidade dos quadripolos tendo uma contribuição menor, sendo, no entanto, perceptível no caso  $\theta = \theta' = 90^\circ$ . Associou a existência de correlações negativas para  $\tau = 0$  à não compactidade: uma modelação mais precisa da dependência temporal das correlações de velocidade, expressa por  $g_1(\bar{\tau})$  e  $g_2(\bar{\tau})$  (equação III.25), que permitisse valores negativos para a sua quarta derivada para valores elevados de  $\bar{\tau}$ , responderia por correlações negativas.

FUCHS [151] objetou a esta modelação por não considerar a *coerência* das fontes. Decompos as correlações para  $\theta = \theta'$  em coeficientes de Fourier

$$R_1(\theta, \Delta \phi) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m(\theta) \cos(m \Delta \phi) \quad (V.24)$$

e sustentou que cada  $C_m$  refletiria a proporção com que o modo  $m$  estaria presente na decomposição das fontes em modos de coe-



rência azimutal, i.e., que existiria uma relação biunívoca entre a coerência das fontes e a "coerência" observada nos gráficos de  $R_1(\theta, \Delta\phi)$ . Defendeu que o predomínio dos três primeiros modos, observados na decomposição, refletiria o fato de que o jato é melhor representado por uma fonte coerente extensa do que por fontes pontuais, como proposto em [132], os modos 0, 1 e 2 dominando em torno de  $\theta=30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$  respectivamente. As correlações em faixa estreita de frequência para  $\theta=90^\circ$  de [148] (reproduzidas também em [136, 151]), onde o modo  $m=2$  é claramente perceptível para as baixas frequências, são apontadas como evidência (também por FUCHS e MICHEL [136]). A existência de correlações negativas para  $\tau=\tau_m$  é associada à coerência.

RIBNER [152] apontou que sua teoria, baseada na estrutura da turbulência, sem recorrer à hipótese de coerência reproduzia igualmente bem as correlações para qualquer ângulo, enquanto que na proposta de Fuchs além dos modos de coerência serem altamente direcionais, não era feita nenhuma ligação direta à estrutura da turbulência.

A "evidência experimental" da coerência das fontes de FUCHS e MICHEL [136] foi criticada por BONNET e FISCHER [138], que mostraram que a relação biunívoca entre modos de coerência na fonte e nas correlações não existe: no campo afastado um determinado modo  $m$  pode, devido à interferência entre diversas partes da fonte, ser amplificado ou total ou parcialmente eliminado. Para uma distribuição contínua de monopolos, emitindo em uma única frequência  $\omega$ , este efeito é expresso, para um observador com  $\theta \sim 90^\circ$ , pela multiplicação por  $J_m(\pi He)$  ( $J_m$  é a função de Bessel de primeira espécie de ordem  $m$ ). Para uma combinação qualquer de modos, a intercorrelação é expressa, se  $\theta = \theta' \sim 90^\circ$ ,  $(\Delta\phi \sim \psi)$  por

$$R_\omega(x, \Delta\phi) = 4\left(\frac{\pi}{x}\right)^2 \{A_0^2 J_0^2(\pi He) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} A_m^2 J_m^2(\pi He) \cos(m\Delta\phi)\} \quad (V.25)$$

onde  $A_m$  representa a amplitude do modo  $m$  na fonte.

Como as correlações em [148] foram realizadas para valores de  $\theta$  relativamente baixos ( $<0,29$ ), para os quais o modo  $m=2$  (apontado em [136, 151] como predominante) seria quase que totalmente eliminado, Bonnet e Fisher sugeriram que os resultados experimentais seriam devidos às características de quadripolos localizados, sendo a direcionalidade instantânea de um quadripolo lateral,  $\sin 2\theta$ , perfeitamente consistente com a pequena correlação obtida para  $\psi=90^\circ$ , e que a modelação das fontes do jato por monopolos não seria apropriada.

#### V.5 - DISCUSSÃO

As análises de FUCHS [151] e FUCHS e MICHEL [136] surpreendentemente ignoram a natureza quadripolar das fontes (que foi, no entanto, considerada por MICHALKE e FUCHS [134] na decomposição das fontes em modos de coerência azimutal). O aparente predomínio dos modos  $m = 0, 1, 2$  para  $\theta=\theta'=30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  respectivamente é evidente da observação da Figura V.4: vem de  $\cos^2\psi$  (ver equação V.13), que apresenta termos independentes de  $\Delta\phi$  ( $m=0$ ), em  $\cos\Delta\phi$  ( $m=1$ ) e  $\cos^2\Delta\phi$  ( $m=0$  e  $m=2$ ). A forma das curvas experimentais é exatamente a esperada para quadripolos incoerentes, não necessariamente *laterais*.

Se os quadripolos fossem coerentes, as curvas da Figura V.7 seriam substancialmente modificadas. No caso de completa coerência azimutal, por exemplo, dois observadores com  $\theta=\theta'$  receberiam exatamente o mesmo sinal e nem o mínimo para  $\psi\sim 90^\circ$ , ou a perda de correlação seriam observados. Se a energia estivesse distribuída nos primeiros modos, a combinação destes modos poderia dar a aparência de perda de correlação, mas dificilmente a análise de Ribner teria modelado adequadamente o decaimento para quase todos os ângulos.

É importante notar que a hipótese de coerência baseia-se na validade da equação (IV.14) (contestada, na seção IV.3), i.e., na coerência do campo hidrodinâmico de pressões. Pode parecer razoável supor a coerência de pressão (que, como pode ser visto na Figura III.6, não é muito elevada), mas supor que as variações do produto  $pe'_{ij}$  guardem relação para grande separação azimutal ou longitudinal é sem dúvida exagerado (ver discussão no item III.2.7). Além disso, a completa ausência de oscilações nas curvas experimentais (devidas a  $\cos(m\Delta\phi)$ ) além das esperadas para uma distribuição de quadripolos incoerentes, a já referida concordância da modelação de Ribner e o sucesso de diferentes modelos em previsões detalhadas do espectro no campo afastado, baseados em propriedades de quadripolos incoerentes [61, 102, 107, 108, 124] são fortes indícios contra a hipótese de que a coerência tenha papel importante na geração de ruído por jatos turbulentos.

Apesar de deduzida para fontes monopolares, a equação (V.25) pode fornecer informações úteis. No limite  $He \rightarrow 0$  apenas o modo  $m=0$  contribui ( $J_m(0)=0$ ,  $m \neq 0$ ), pois neste caso, como diferenças de retardamento não influenciam as correlações, ocorre um cancelamento total entre as emissões em oposição de fase, provenientes de modos  $m > 0$ . A possibilidade teórica de que modos de coerência sejam direcionais, entretanto, existe: a eliminação de um modo  $m$  depende da relação entre a distância entre as fontes e o comprimento de onda, expressa por  $kHe$ . Se  $\theta \neq 90^\circ$ , a máxima distância entre fontes dispostas em um anel de diâmetro  $d$ , percebida pelos observadores, é

$$(\underline{y}-\underline{y}')_{\max} \cdot \underline{n} = d \sin \theta \quad (V.26)$$

de forma que o argumento das funções de Bessel passaria a  $\pi He \sin \theta$ , a possibilidade de eliminação dependendo também da posição do observador.

Quanto ao sucesso do modelo de Ribner na reprodução das correlações, deve-se principalmente, como para as medidas com um microfone, à observação da natureza quadripolar das fontes; a estrutura da turbulência é observada neste particular e no fato de que o ruído de cisalhamento, garantindo a concentração de baixas frequências perto do eixo, responde por uma menor perda de correlação para observadores com  $\theta = \theta'$  à medida que se aproximam do eixo do jato. A modelação de correlações de velocidade (i.e. dos termos em (V.9)) que, se não são os parâmetros principais para a modelação das correlações para altos valores de  $M$ , o são para baixo  $M$ , quando o jato é compacto, é, entretanto, incompatível com a hipótese de turbulência incompressível, mesmo no caso de isotropia e homogeneidade.

#### V.6 - CORRELAÇÕES RESULTANTES DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE QUADRIPOLOS LATERAIS

A baixo número de Mach, a turbulência deve comportar-se como uma distribuição de quadripolos laterais, fato que tem sido enfatizado por vários pesquisadores [2, 15, 21, 23, 42-44].

Como o tensor que representa uma distribuição compacta de quadripolos laterais tem traço nulo, tem-se, se a distribuição é estacionária, o resultado que POWELL [42] chamou de "Teorema das Três Pressões Sonoras": para três observadores no campo acústico, equidistantes da fonte em direções ortogonais quaisquer,  $\underline{e}_\alpha$ ,  $\underline{e}_\beta$  e  $\underline{e}_\gamma$ ,

$$p(\underline{x}\underline{e}_\alpha, t) + p(\underline{x}\underline{e}_\beta, t) + p(\underline{x}\underline{e}_\gamma, t) = 0 \quad (V.27)$$

Elevando (V.27) ao quadrado e tomando a média temporal obtem-se, para uma "fonte turbulenta isotrópica" não convectada, no limite incompressível,

$$R^* = \frac{\overline{p(\underline{x}\underline{e}_\alpha, t)p(\underline{x}\underline{e}_\beta, t)}}{\overline{p^2(\underline{x}\underline{e}_\alpha, t)}} = -\frac{1}{2} \quad (V.28)$$

em oposição ao valor 1/8, que Ribner encontrou adicionando às hipóteses acima as de distribuição normal conjunta de probabili

dade e separabilidade das correlações de velocidade em fatores espaciais e temporais.

Correlações negativas de sinais emitidos simultaneamente em direções ortogonais são inerentes à estrutura da turbulência: refletem conservação de energia mecânica e são centrais para a previsão. A não existência destas correlações negativas em situações onde o termo  $(p - \rho c_0^2) \delta_{ij}$  é negligenciável (jatos homogêneos de ar frio) indicaria que  $\dot{v}_\alpha^2$  e  $\dot{v}_\beta^2$  flutuam independentemente ou predominantemente em fase ou em quadratura, situações que caracterizam a compressibilidade: cada elemento de fluido sob a ação das tensões de Reynolds instantâneas pulsaria como uma pequena esfera. Apenas quando a deformação é associada a cisalhamento puro (harmônicos esféricos de segunda ordem, i.e., a quadripolos laterais) a condição de incompressibilidade é mantida. As únicas correlações negativas que podem ser seguramente associadas à não compacidade são aquelas para  $\psi \approx 180^\circ$ .

O modelo de Ribner é incapaz de prever correlações negativas para  $\psi = 90^\circ$  devido à modelação de correlações (ver equação (V.23)). Esta incapacidade origina-se provavelmente das hipóteses de distribuição normal conjunta de probabilidade que, como observou BATCHELOR [155], é válida apenas para os grandes turbilhões (as limitações da hipótese são discutidas também por PROUDMAN em [31]), e da separação (III.25). O uso do Teorema das Três Pressões possibilita a modelação da quarta derivada em  $\tau = 0$  da integral de correlações do quadrado de componentes ortogonais de  $\underline{y}$  sem necessitar das hipóteses adicionais usadas por Ribner.

Para um jato, (V.28) será modificada pelos efeitos de anisotropia de  $\rho \ddot{v}_\alpha^2$ , convecção e compressibilidade.

As modificações necessárias para incluir a anisotropia da fonte em (V.28) são evidentes se (V.27) é escrita como

$$p(x_{\underline{\alpha}}, t) + p(x_{\underline{\beta}}, t) = -p(x_{\underline{\gamma}}, t) \quad (V.29)$$

Daí, vem,

$$\overline{2p(x_{\underline{\alpha}}, t)p(x_{\underline{\beta}}, t)} = \overline{p^2(x_{\underline{\gamma}}, t)} - \{\overline{p^2(x_{\underline{\alpha}}, t)} + \overline{p^2(x_{\underline{\beta}}, t)}\} \quad (V.30)$$

O coeficiente de correlação para  $90^\circ$  de separação pode ser obtido por relações envolvendo as intensidades (i.e., a quantidade média de energia emitida) nas direções dos observadores e na direção ortogonal a elas. De (V.30) obtêm-se, com  $\underline{x} = x_{\underline{\alpha}}$ ,

$$R_1^*(\theta, \Delta\phi) = \frac{\overline{p^2(x_{\underline{\gamma}}, t)} - (\overline{p^2(\underline{x}, t)} + \overline{p^2(x_{\underline{\beta}}, t)})}{2\overline{p^2(\underline{x}, t)}} \quad (V.31)$$

e

$$R_2^*(\theta, \psi) = \frac{\overline{p^2(x_{\underline{\gamma}}, t)} - (\overline{p^2(\underline{x}, t)} + \overline{p^2(x_{\underline{\beta}}, t)})}{2\sqrt{\overline{p^2(\underline{x}, t)} \overline{p^2(\underline{x}', t)}}} \quad (V.32)$$

Efeitos de convecção são introduzidos substituindo-se as relações entre as intensidades sonoras em (V.31-32) pelas relações entre as direcionalidades básicas correspondentes, já que  $D(\theta)$  refere-se à quantidade de energia emitida em média em uma direção na ausência de convecção e a amplificação convectiva não altera a fase, mas a amplitude do sinal, sendo esta alteração eliminada pela normalização. Observe-se que  $R_1^*$  e  $R_2^*$  referem-se à emissão na direção de  $\underline{e}_\beta$  como percebida por  $\underline{x}'$ , i.e., modificada pela convecção na direção de  $\underline{n}'$ , modificação que é eliminada pela inclusão de  $\overline{p^2(\underline{x}', t)}$  no denominador em (V.31-32). No primeiro termo em (V.15), deve ser usada a intensidade e não a direcionalidade. Chamando  $\theta_\beta$  e  $\theta_\gamma$  aos ângulos que  $\underline{e}_\beta$  e  $\underline{e}_\gamma$  fazem com o eixo  $x_1$ , vem

$$R_1^*(\theta, \Delta\phi) = \frac{D(\theta_\gamma) - \{D(\theta) + D(\theta_\beta)\}}{2D(\theta)} = -\frac{1}{2} + \frac{D(\theta_\gamma) - D(\theta_\beta)}{2D(\theta)} \quad (V.33)$$

$$R_2^*(\theta, \psi) = \frac{D(\theta_\gamma) - \{D(\theta) + D(\theta_\beta)\}}{2\sqrt{D(\theta)D(\theta')}} = \frac{1 - \{D(\theta) + D(\theta_\beta)\}}{2\sqrt{D(\theta)D(\theta')}} \quad (V.34)$$

Para o cálculo de  $R^*$  pode ser utilizada a direcionalidade básica proposta por Ribner (equação (III.27)), que, como discutido na seção IV.3, constitui uma aproximação satisfatória para a direcionalidade básica de um jato circular. Como para correlações em um plano meridiano, tem-se  $\theta_\gamma = 90^\circ$ , utilizou-se em (V.34)  $D(\theta_\gamma) = 1$ .

A Figura V.8 mostra, para o jato compacto,  $R_1(\theta, \Delta\phi) \times \phi$  para diferentes valores de  $\theta$ , e a Figura V.9 a variação dos coeficientes  $R_1^*$  e  $R_2^*$  para  $\theta_\beta = \theta'$  ( $\psi = 90^\circ$ ), que serão notados simplesmente  $R_1^*(\theta)$  e  $R_2^*(\theta)$ , com  $\theta$ .

$R_1^*(\theta)$ ,  $45^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$  é dado por

$$R_1^*(\theta) = -1 + \frac{D(\theta_\gamma)}{2D(\theta)} \quad (V.35)$$

e  $R_2^*(\theta, \psi)$  pode ser obtido de  $R_2^*(\theta)$  segundo

$$R_2^*(\theta, \psi) = R_2^*(\theta) \left\{ \frac{D(\theta_\beta)}{D(\theta')} \right\}^{1/2} \quad (V.36)$$

Para  $\theta = 90^\circ$ ,  $R_1$  relaciona apenas componentes de  $\underline{u}$  e  $R_1^*(\theta, \Delta\phi)$  é constante e igual a

$$R_1^*(90^\circ) = \frac{B-1}{2} \quad (V.37)$$

sendo próximo de zero para valores de  $B$  próximos à unidade. A dependência de  $R_1^*(90^\circ)$  de  $B$  ressalta a interdependência entre os dois tipos de ruído. Observe-se que para  $T_{ij} = \rho v_i v_j$  as

equações (IV.17) e (V.27) são idênticas.

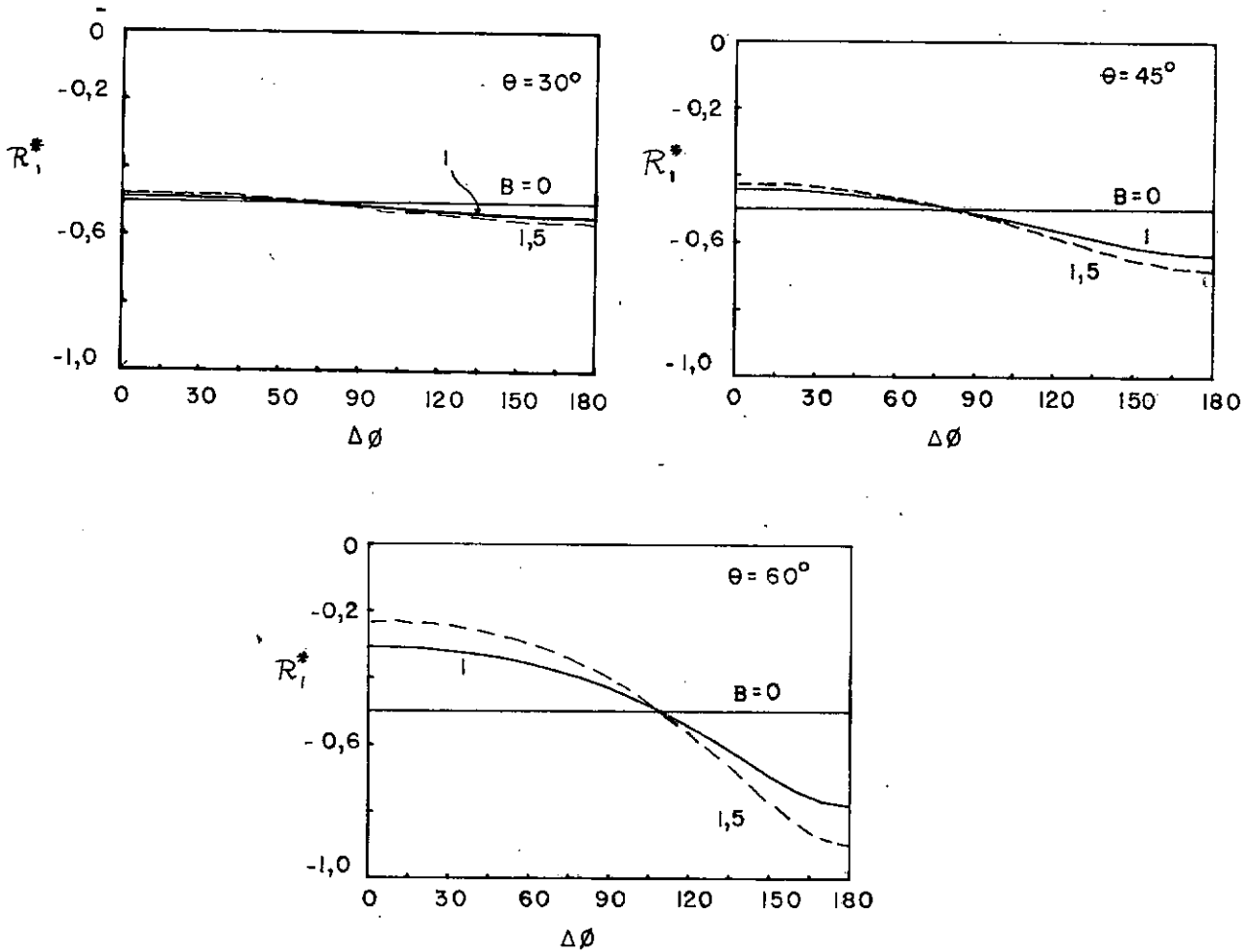


Figura V.8 - Variação do coeficiente de correlação  $R_i^*(\theta, \Delta\phi)$  com a separação azimutal para  $D(\theta) = 1 + B\{\cos^4\theta + (\sin^2 2\theta)/8\}$

Com o aumento do número de Mach, as relações (V.27-38) serão alteradas. Como a razão entre as eficácias de  $(1/3T_{kk})\delta_{ij}$  e  $T_{ij} - (1/3T_{kk})\delta_{ij}$  é da ordem de  $M^2$  [43, 44], tem-se que a correção em  $R^*$  devido à compressibilidade será da ordem de  $M^4$ . No entanto, como o número de Mach local das principais fontes é em torno de 0,5 M a 0,7 M, a correção efetiva será da ordem de  $M^4/8$ , negligenciável para jatos subsônicos. A perda de correlação devido à não compacidade, entretanto, poderá causar uma redução considerável no valor absoluto do coeficiente de correlação.



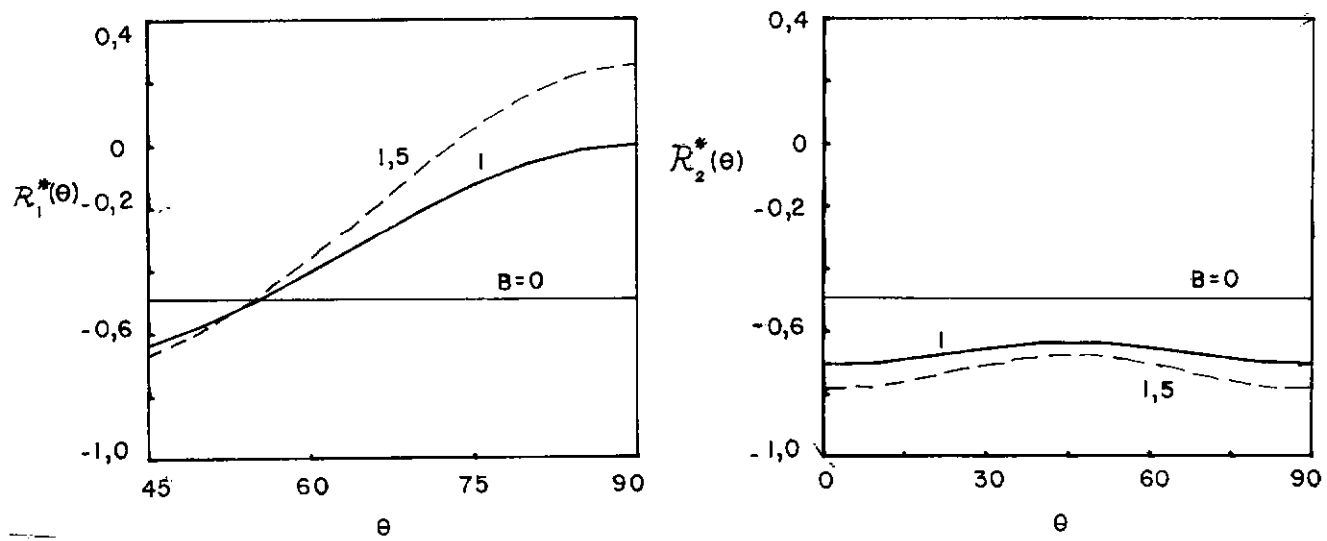


Figura V.9 - Coeficientes de correlação para  $\psi = 90^\circ$ ,  $R_1^*(\theta)$  e  $R_2^*(\theta)$ . As duas curvas são simétricas em relação a  $\theta = 90^\circ$

#### V.7 - COMPARAÇÃO COM EXPERIMENTOS

Os experimentos publicados por MAESTRELLO [147] foram realizados na sua maioria com  $M = 0,75$  e  $d = 25,4$  mm, sendo utilizada na análise a faixa de 250 Hz a 40 kHz. Apesar da baixa compacidade ( $R_c = 0,1$ ) devida ao alto número de Mach, observa-se que a quase totalidade das medidas do coeficiente de correlação para  $\psi = 90^\circ$  fornecem valores negativos ( $> -0,25$ ), enquanto que os valores positivos observados foram muito pequenos ( $< 0,05$ ). Para  $\psi = 180^\circ$   $R$  variou entre 0,1 ( $\theta = 90^\circ$ ) e -0,03 ( $\theta = 120^\circ$ ), com um predomínio de valores nulos.

A Figura V.10 mostra os valores experimentais de  $R_1(60, \Delta\phi)$  para as frequências limites de 40 e 5 kHz. O fato de que o valor absoluto da correlação *aumenta* com a redução da frequência máxima na análise indica que as correlações negativas são devidas à estrutura das fontes e não à não compacidade. Observe-se que para frequências abaixo de 5 kHz o jato é praticamente compacto, pois  $He_{\max} = 0,37$ .

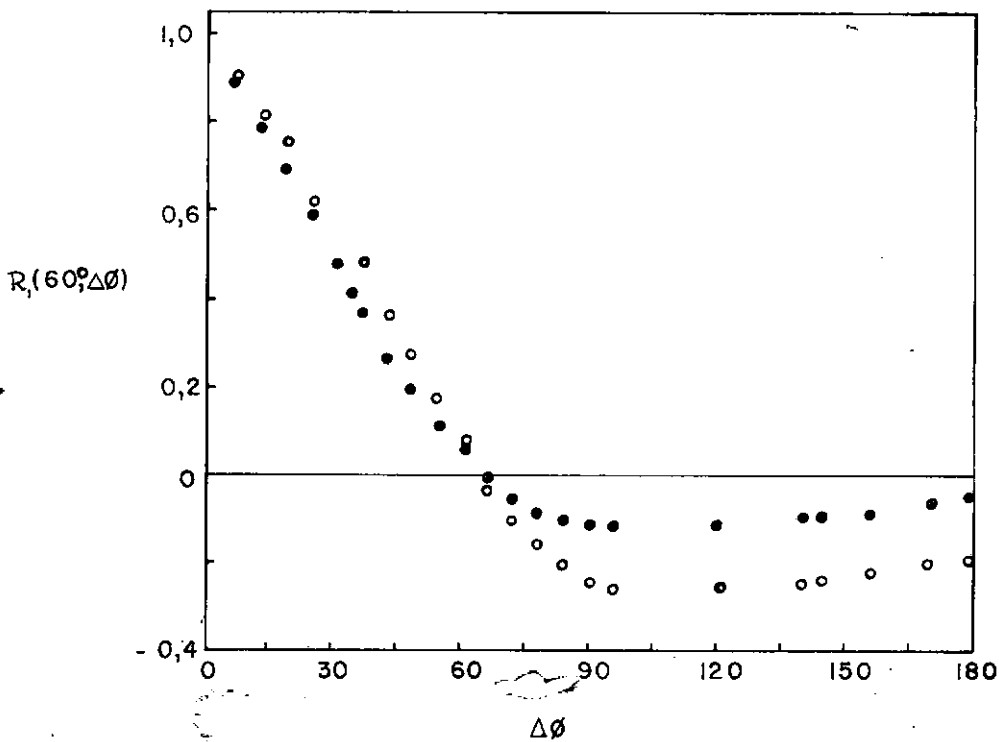


Figura V.10 - Coeficiente de correlação  $R_1(60, \Delta\phi)$ ,  $M = 0,75$  para os valores de  $f_{\max}$ : 5 kHz  $\circ$ , 40 kHz  $\bullet$  [147]

As Figuras (V.11) e (V.12) mostram a comparação de  $R_1^*(60, \Delta\phi)$  com o modelo de Ribner e com a análise desenvolvida nas seções precedentes. Para as curvas baseadas nas equações (V.17) e (V.33) a perda de correlação (ver (V.20-21)) foi calculada segundo

$$\frac{1}{V(D)} \int_D \exp\{-\omega\sigma(\underline{y})\} dV_{\underline{y}} =$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\{-\pi He d \sin\theta |\cos(\phi(\underline{y}) - \Delta\phi) - \cos\phi(\underline{y})|\} d\phi(\underline{y}) \quad (V.38)$$

e  $He$  foi escolhido, para  $f_{\max} = 40$  kHz como 0,7, já que a  $60^\circ$  o ruído próprio é dominante e RIBNER [150] calculou, baseado em dados experimentais,  $He = 0,4$  para o ruído de cisalhamento. Para  $f_{\max} = 5$  kHz, adotou-se  $He = 0,2 \approx 0,5 He_{\max}$ , e para o cálculo com modelo de Ribner,  $He = 0,65 He_{\max}$  para o ruído próprio e  $0,32 He_{\max}$  para o ruído de cisalhamento. Para  $D(\theta)$ , utilizou-se (III.27) com  $B = 1$ .

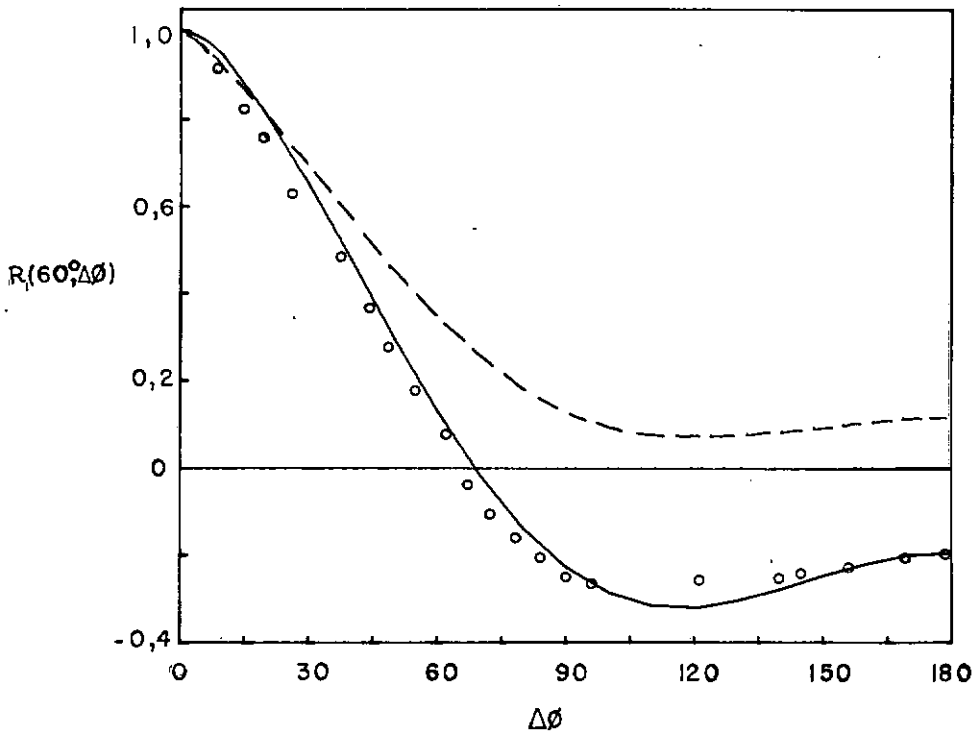


Figura V.11 -  $R_1(60, \Delta\phi)$  para  $f_{\max} = 5$  kHz. Teoria: Ribner ---,  $He = 0,12$  e  $0,24$ . Quadripolos laterais —,  $He = 0,20$

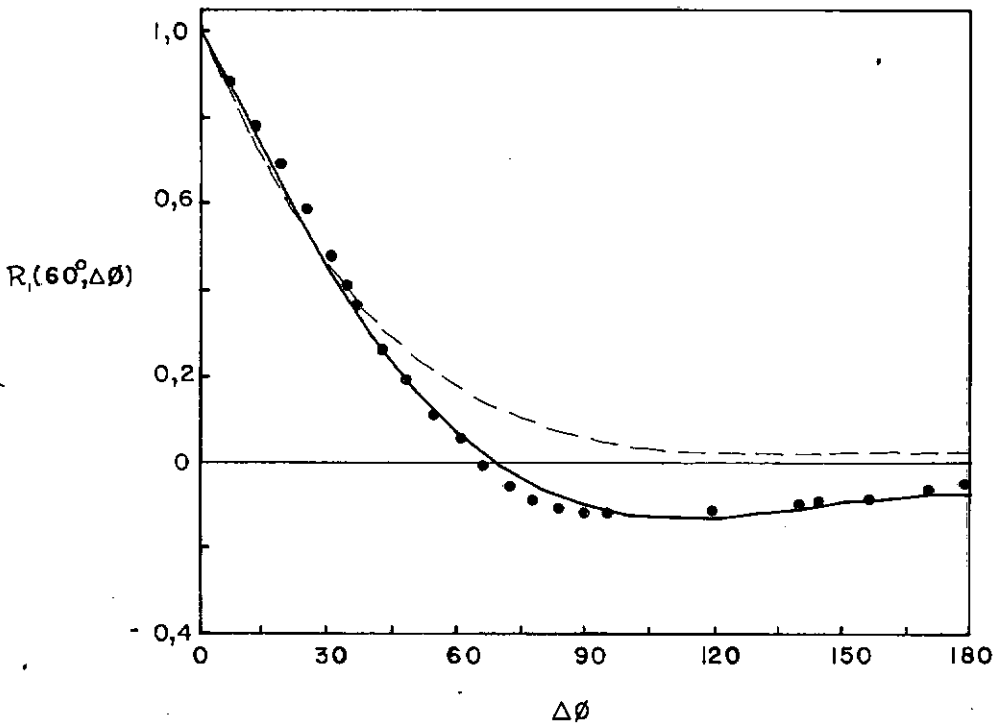


Figura V.12 -  $R_1(60, \Delta\phi)$ , para  $f_{\max} = 40$  kHz. Teoria: Ribner ---,  $He = 0,4$  e  $0,8$ . Quadripolos laterais —  $He = 0,7$

Observa-se que o aumento da compacidade enfatiza a discrepância entre os dados experimentais e o modelo de Ribner. Quanto à excelente concordância da presente modelação com as curvas experimentais, não é devida apenas aos fatos de que "o modelo obedece às propriedades básicas dos quadripolos" e de que foi adotado um valor negativo para  $R_1^*$ . A variação de  $R_1^*$  com  $\Delta\phi$  (ver Figura V.8) é importante para a concordância. Se  $R_1^*(60^\circ, \Delta\phi)$  fosse constante e igual a -0,5, por exemplo, teria sido obtido  $R_1(60^\circ, 180^\circ) = -0,10$ .

A teoria prediz corretamente o valor nulo para  $R_1^*(90^\circ)$  (ver equação (V.38)). Algumas discrepâncias, entretanto, são observadas:  $R_1(30^\circ, \Delta\phi)$ , para  $\Delta\phi > 120^\circ$ , é aproximadamente constante e igual a 0,40 para  $M = 0,75$ , crescendo com  $M$  (de 0,37 para  $M = 0,60$  a 0,58 para  $M = 1,0$ ), enquanto a teoria prevê valores próximos de zero para  $\Delta\phi = 180^\circ$ ;  $R_1(45^\circ, \Delta\phi)$  é praticamente nulo para  $\Delta\phi > 120^\circ$ , assumindo valores predominantemente positivos, com  $R_1^*(45^\circ, 180^\circ) = -0,04$ , enquanto a teoria prediz valores fortemente negativos, superiores em módulo aos verificados para  $R_1(60^\circ, \Delta\phi)$ . Entretanto,  $R_1(135^\circ, \Delta\phi)$  (que, desconsideradas as diferenças em  $\sigma$  devidas à convecção das fontes, deveria ser praticamente idêntico a  $R_1(45^\circ, \Delta\phi)$ ) tem um comportamento muito mais próximo do esperado para uma distribuição de quadripolos laterais, assumindo valores negativos para  $\Delta\phi > 90^\circ$ .

Para ângulos próximos ao eixo do jato, a assimetria de  $D(\theta)$  poderia enfatizar a contribuição de  $\partial^4/\partial\tau^4 T_{\alpha\alpha}^T T_{\alpha\beta}^T$ , aumentando o valor do coeficiente de correlação. Entretanto, a contribuição deste termo para  $R_1(45^\circ, 180^\circ) = R_1^*(45^\circ)$ , devido ao fator  $\sin 2\psi$ , é nula. Observe-se que a correção devido a compressibilidade significa também uma redução na dependência entre o ruído próprio e o de cisalhamento, enfatizando a contribuição de  $(T_{11})_c$  que, para dois observadores com o mesmo ângulo  $\theta$ , é idêntica (ver Figura V.13). O aumento de  $R_1(30^\circ, \Delta\phi)$  com  $M$  suporta esta possibilidade.

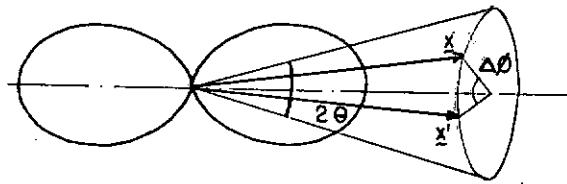


Figura V.13 - Os dois observadores percebem o mesmo sinal

Estes argumentos, entretanto, não explicam as diferenças entre as curvas para  $\theta = \theta' = 45^\circ$  e  $135^\circ$ . Uma amplificação convectiva diferenciada para os componentes de  $T$ , e mais efetiva para  $T_{11}$ , como proposto por GOLDSTEIN [58], MANI [61] e DOWLING et al. [30], não seria totalmente eliminada pela normalização e poderia responder pelos efeitos observados (para  $\theta > 90^\circ$ , a "amplificação" convectiva é, na verdade, uma redução). Esta amplificação diferenciada proviria da interação entre as ondas acústicas e o escoamento, alterando o balanço de energia acústica. A utilização da condição de incompressibilidade juntamente com a de conservação de energia na transmissão através do gradiente de velocidade pode levar à reformulação de (V.33-35), incluindo no balanço energético a interação som-escoamento.

#### V.8 - AS CORRELAÇÕES NO CAMPO ACÚSTICO PRÓXIMO

A partir de extensivas medidas de correlações do gradiente da pressão sonora em um plano próximo à fronteira do campo acústico (definida na Figura III.3), onde foram escolhidas 10 estações principais em torno das quais foi deslocado o segundo microfone, PAO e MAESTRELLO [94-96] mostraram que a radiação que alcançava cada estação vinha preferencialmente de uma região fixa no jato e que o padrão de emissão médio destas regiões tinha a forma de um feixe estreito, como um dos gomos da Figura III.7 (ver Figura (V.14)).

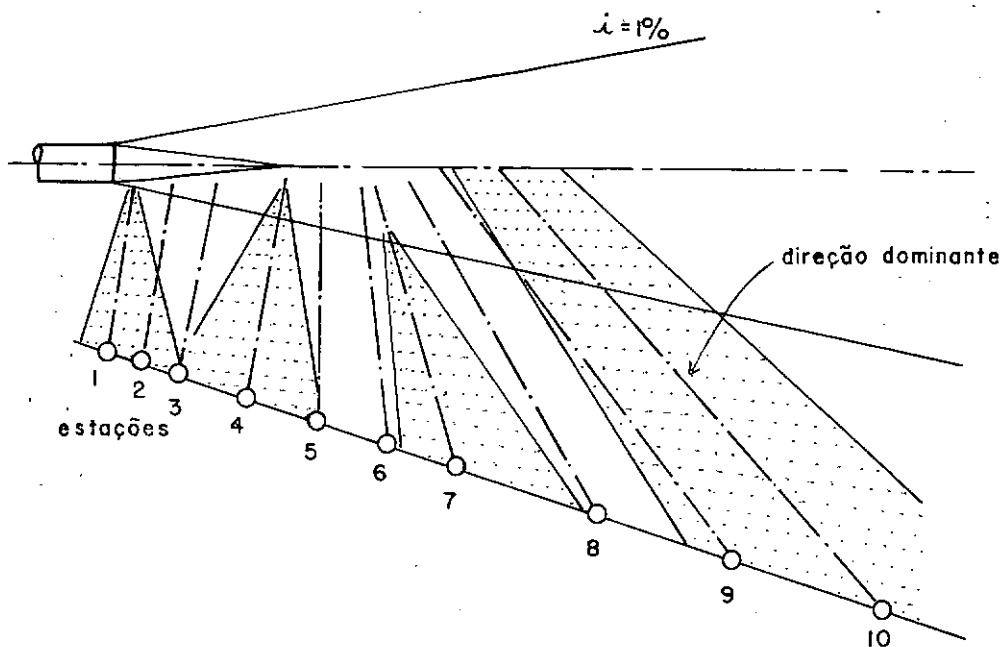


Figura V.14 - Direção média e largura (para as estações 1, 4, 7 e 10) dos feixes para as 10 estações [95, 96]

Concluíram que local e instantaneamente, a radiação de uma região coerente  $\mathcal{D}'$  é emitida em uma dada direção e construíram [96], a partir dos dados experimentais referentes a cada uma das estações e do emprego da função de Green apropriada, os coeficientes diferenciais de correlação no campo afastado ( $x = x' = 100 d$ ),  $\delta R(\underline{n}, \Delta\phi, \psi, \tau_m)$  e  $\delta R_0(\underline{n}, \Delta\phi, \psi, \tau_m)$ , que consideram apenas a contribuição de uma região coerente para a correlação e que são referidos a sistemas de coordenadas locais, com origem em  $\mathcal{D}'$ .  $\delta R$  é normalizado como  $R$  em (V.12) e  $\delta R_0$  apenas pela amplitude percebida pelo observador fixo  $\underline{x}$ , que tem, para cada região, a direção do feixe correspondente. As médias dos valores obtidos para as 10 estações (notadas por  $\delta R(\psi)$  e  $\delta R_0(\psi)$ ) foram comparadas com  $\cos^4\psi$ , a direcionalidade de um quadripolo  $T_{xx}$  (abaixo, Figura V.15).

Observe-se que embora  $T_{ij} = \rho v_i v_j$ , tenha apenas um autovalor diferente de zero, igual a  $\rho v^2$ ,  $\tilde{T}_{ij}$  tem, devido à variação da direção principal de  $\tilde{T}$ , normalmente, três autovalores não nulos, de forma que seria de esperar que a emissão de uma re-

gião coerente se desse, local e instantaneamente, *em três direções*. Além do mais, a existência de apenas um feixe (i.e., um quadripolo longitudinal) caracterizaria uma situação onde a equação (V.27) não poderia ser satisfeita. Uma explicação possível para a identificação de apenas uma direção é que enquanto uma direção principal oscila em torno de um valor fixo, as outras duas flutuam preferencialmente em um plano, apresentando valores médios nulos. Neste caso seria interessante investigar a relação entre a evolução da direção média de emissão ao longo do jato e a evolução do eixo de tensão médio do escoamento, isto é, entre a direção principal de  $\ddot{T}$  observada por Pao e Maestrello e a de  $\ddot{T}$ .

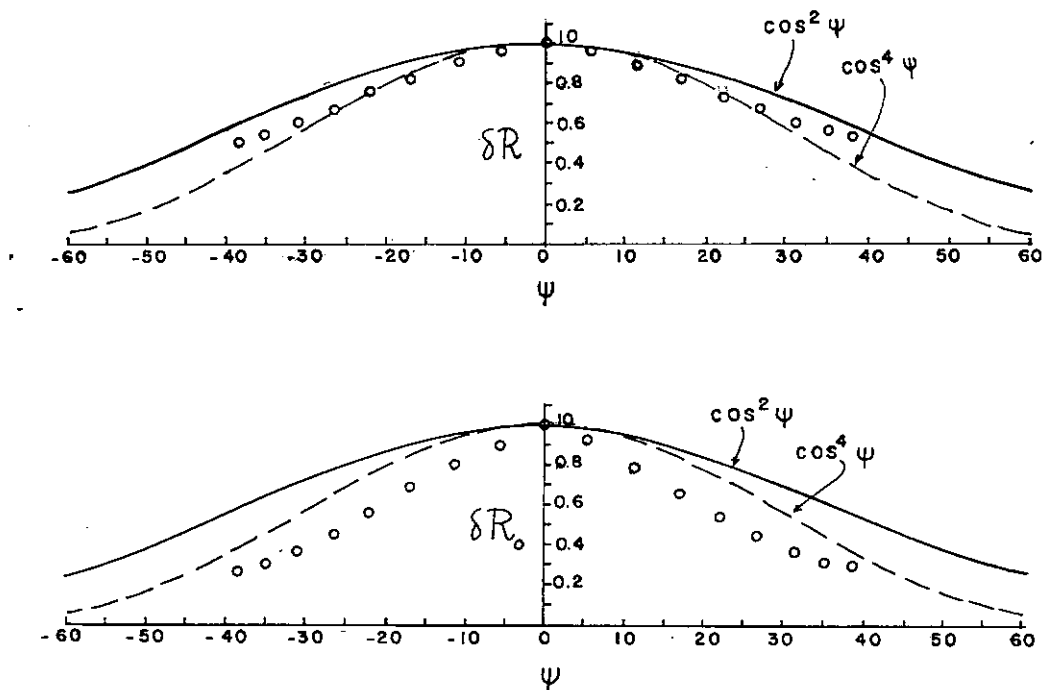


Figura V.15 - Coeficientes diferenciais de correlação (valores médios para as 10 estações)

Quanto à variação dos coeficientes diferenciais de correlação, deveria ser comparada com  $\cos^2 \psi$ , já que na correlação um dos observadores é fixo (ver equação (V.9)). A Figura V.16 mostra  $\delta R(\psi)$  e  $\delta R_0$  comparados com  $\cos^4 \psi$  e  $\cos^2 \psi$ . Observe-se que

como  $\underline{x}$  foi tomado segundo direções principais locais médias de emissão, a contribuição de  $\ddot{T}_{\alpha\alpha}\ddot{T}_{\alpha\beta}$  para a correlação será negligenciável, já que  $\ddot{T}_{\alpha\beta}$  é, na maior parte do tempo, nulo. O fato de que os dois coeficientes caem mais rapidamente do que  $\cos^2\psi$  indica que a contribuição de  $\ddot{T}_{\alpha\alpha}\ddot{T}_{\beta\beta}$  para a correlação é negativa, como previsto para quadripolos laterais.

## V.9 - CONCLUSÕES

A análise dos resultados experimentais desenvolvida nas seções V.7 e V.8 corrobora a previsão de Lighthill e Powell de que a turbulência, enquanto fonte acústica, comporta-se como uma distribuição de quadripolos laterais.

Mostrou-se que o sucesso do modelo de Ribner, na previsão de propriedades que podem ser verificadas por um ou dois microfones, deve-se principalmente ao fato de que o modelo baseia-se nas propriedades básicas dos quadripolos, a modelação das correlações de velocidade sendo, entretanto, incompatível com a hipótese de incompressibilidade. Erros nesta modelação, que não têm praticamente nenhuma influência na capacidade do modelo de prever corretamente direcionalidade e espectros, tornam-se relevantes na previsão de correlações da pressão sonora, podendo levar a resultados e conclusões incorretas. A utilização do Teorema das Três Pressões permite a modelação das correlações sem recorrer às hipóteses de distribuição normal conjunta de probabilidade e separabilidade das correlações em termos espaciais e temporais, de forma bastante simples e que encontrou confirmação nos dados experimentais de Maestrello, especialmente para  $\theta > 45^\circ$ . Para baixos ângulos, é possível que a interação entre o som e o escoamento modifique o balanço de energia acústico. A formulação de Dowling et al. que examina a transmissão da radiação através de uma descontinuidade de velocidade, pode ser útil à modelação das correlações da pressão sonora, fornecendo os efeitos de interação.

As discussões das seções III.2, IV.3 e V.5 apontam para o fato de que os argumentos empregados por Fuchs e outros co-



mo indicativos da importância da coerência na radiação sonora de jatos turbulentos constituem, na verdade, forte evidência de que o modelo de quadripolos incoerentes é apropriado.

Correlações para baixo número de Mach podem fornecer informações importantes sobre o mecanismo de geração, já que afastamentos do modelo quadripolar serão refletidos nas correlações. Poderão contribuir para elucidar questões como a importância do coalescimento dos vórtices e a participação do termo  $(p - p_0^2)\delta_{ij}$ , para jatos leves ( $\rho_e \ll \rho_0$ ), já que esse termo, modificando o traço de  $T$ , elevaria o valor de  $R^*$ . Podem também fornecer informações sobre a interação som-escoamento, a qual deverá modificar as relações (V.33-35) que negligenciam tal interação.

## CAPÍTULO VI

### EXPERIMENTOS

#### VI.1 - INTRODUÇÃO

Para dar início a um programa de experimentos sobre as propriedades do ruído de jatos turbulentos, incluindo a possibilidade de reprodução de medidas em ambientes de qualidade acústica arbitrária e a verificação das idéias discutidas no Capítulo V, foram realizados alguns testes no Laboratório de Acústica e Vibrações do Programa de Engenharia Mecânica, COPPE/UFRJ.

Foi utilizado o sistema ilustrado nas Figuras VI.1-2.

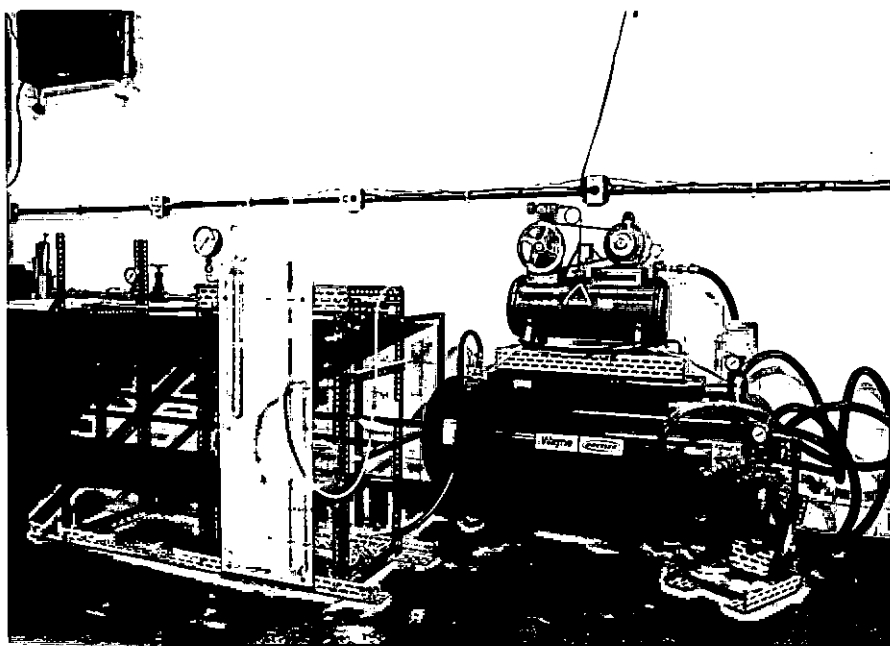
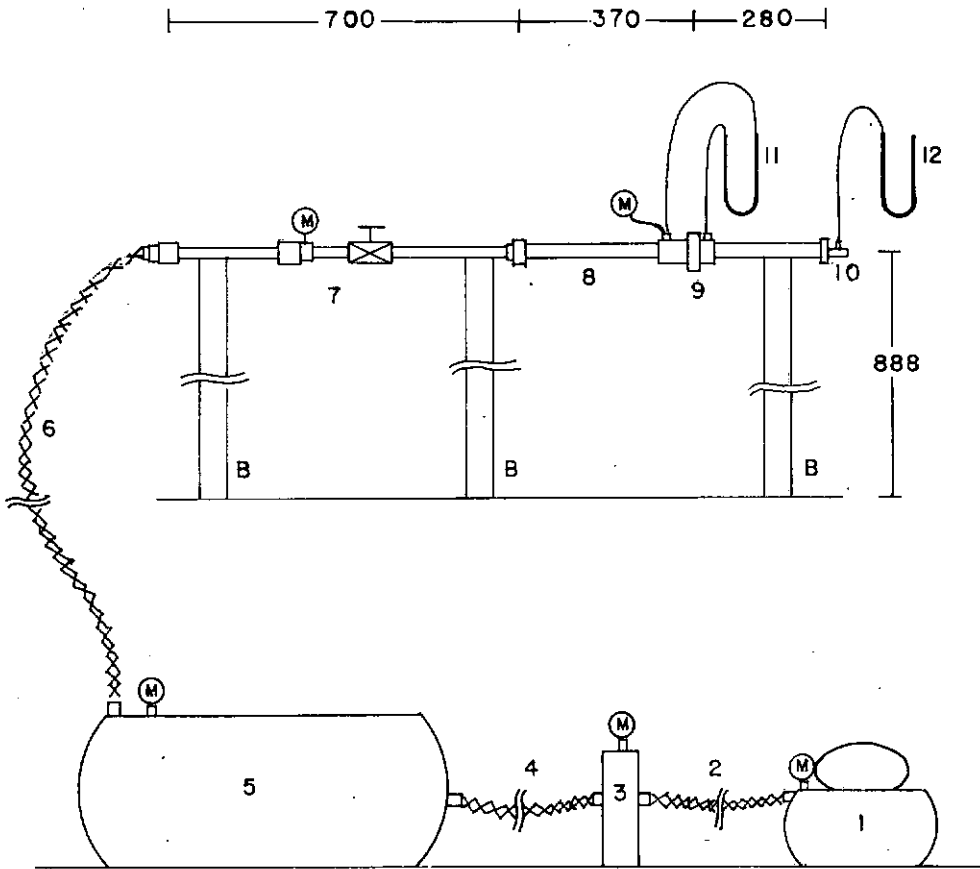


Figura VI.1 - Montagem para geração do jato

O jato sai de um bocal adaptado a um tubo reto de diâmetro  $d = 26,7$  mm, onde foi inserida uma placa de orifício para a medição da vazão (Figura VI.3), controlada por uma válvula gaveta posicionada a montante da placa. O sistema funciona por

descarga de um reservatório previamente pressurizado. A utilização de uma válvula desumidificadora fez-se necessária, pois sem ela o jato era perceptivelmente úmido.



1. Compressor
2. Mangueira  $\phi_i$  1",  $L = 2,5$  m
3. Válvula desumidificadora
4. Mangueira  $\phi_i$  1",  $L = 5,0$  m
5. Reservatório,  $V = 250$   $\ell$
6. Mangueira,  $\phi_i$  3/4",  $L = 12,5$  m
7. Válvula gaveta e tubulação adicional,  $\phi_i$  3/4"
8. Tubo,  $\phi_i$  1"
9. Placa de orifício
10. Bocal
11. Manômetro diferencial (mercúrio)
12. Manômetro diferencial (água)
- M . Manômetros
- B . Base

Figura VI.2 - Esquema da montagem experimental

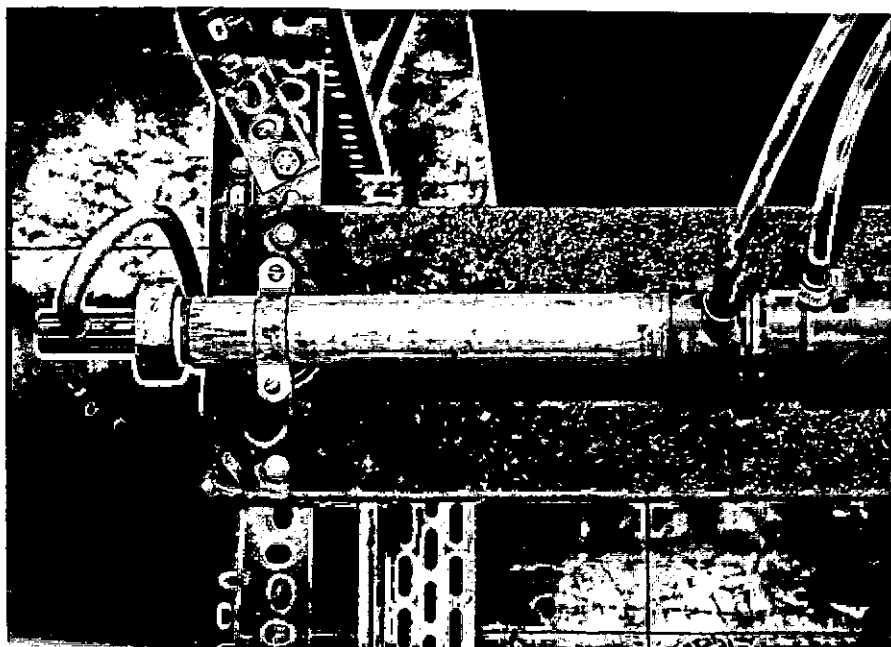


Figura VI.3 - Vista da extremidade da tubulação

As medições foram realizadas após a estabilização e durante o intervalo, dependente da velocidade do jato e da quantidade de ar no reservatório, em que a pressão no manômetro diferencial apresentava variação inferior a 1 mm. Durante as experiências, o compressor e demais fontes de ruído do laboratório eram desligados.

A placa de orifício utilizada é do tipo " $d, d/2$ ", com o diâmetro do orifício  $d_0 = 8,5$  mm. Foram seguidas as especificações do British Standards [156] para as dimensões e posicionamento da placa.

Na maioria dos experimentos foi utilizado o bocal de saída abrupto (reto), ilustrado nas Figuras VI.4 e VI.6, com diâmetro  $d = 6,70$  mm e que possui uma tomada de pressão próxima à saída. Posteriormente, foi construído um bocal convergente, sem tomada de pressão, com  $d = 6,50$  mm (Figuras VI.5 e VI.6), em cuja saída é adaptada uma extensão reta. Foram testadas extensões de 40 e 770 mm.

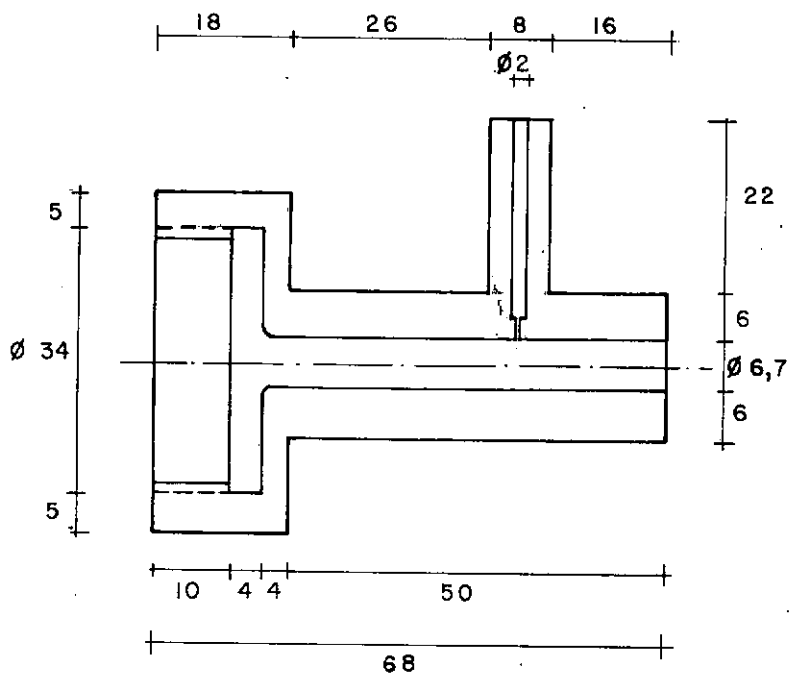


Figura VI.4 - O bocal reto. Medidas em mm

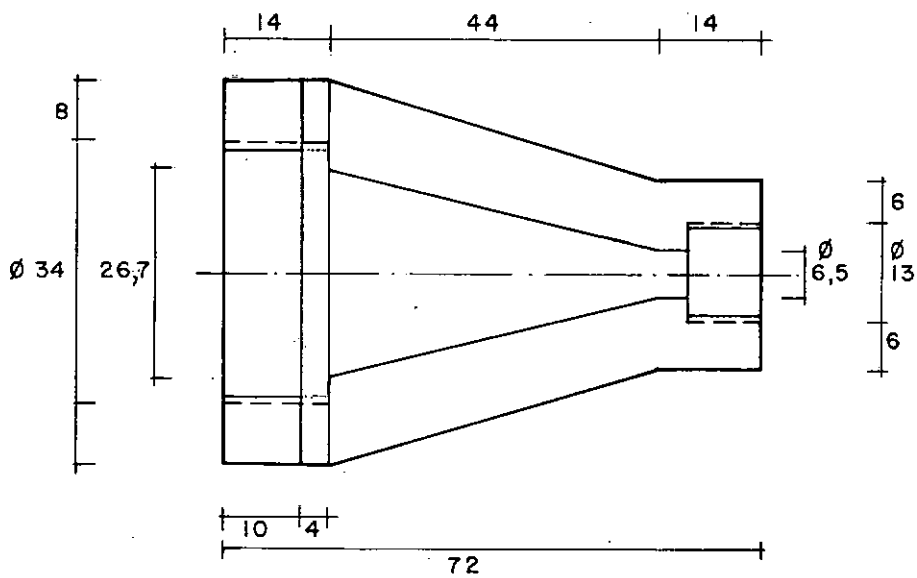


Figura VI.5 - O bocal convergente

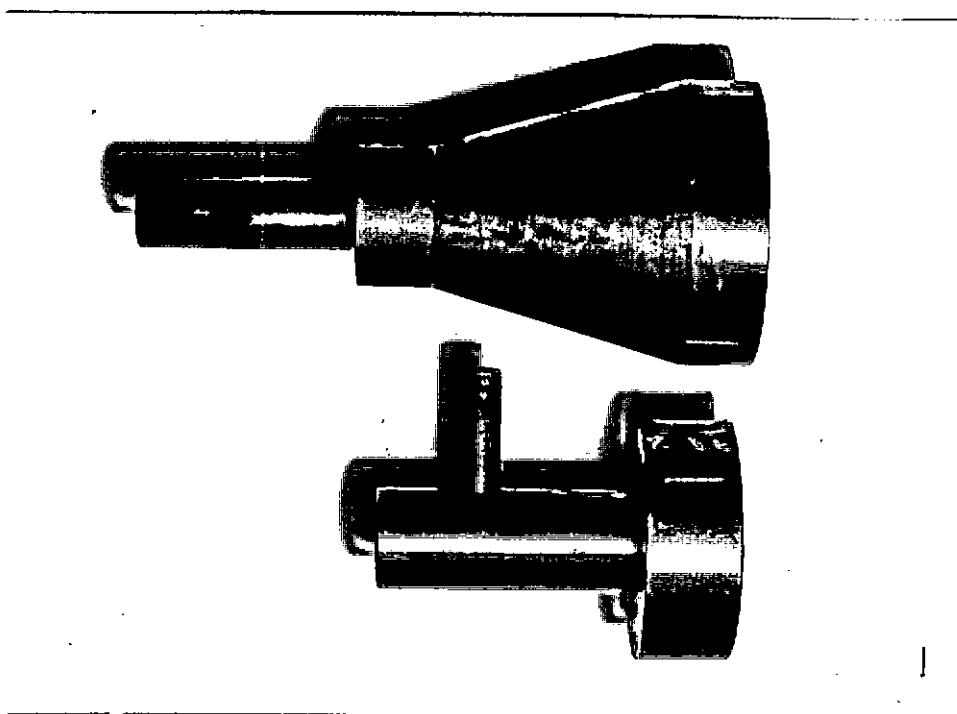


Figura VI.6 - Bocais utilizados (o convergente com a extensão de 40 mm)

Para as medidas acústicas foram utilizados dois microfones de condensador Bruel & Kjaer 4148 e 4165, adaptados a medidores de pressão sonora Bruel & Kjaer modelos 2206 e 2203 respectivamente, e o analisador espectral Hewlett Packard 3582 A. Para a aquisição e processamento de sinais foi empregado um osciloscópio de dois canais com memória digital Tektronix 468 interligado com o microcomputador Tektronix 4051.

Com o bocal reto, foram realizadas medidas de variação da intensidade sonora no campo afastado com o número de Mach para  $\theta = 90^\circ$ . Para uma velocidade escolhida mediu-se a direcionalidade, ( $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$ ), espectros e correlações da pressão sonora. Para o bocal convergente, com as extensões de 40 e 770 mm, foram verificadas a variação da intensidade sonora com a velocidade, a direcionalidade ( $15^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ) e espectros.

Verificou-se que a temperatura do jato manteve-se próxima à ambiente, de forma que a densidade do escoamento na saí-

da,  $\rho_e$ , foi considerada igual à densidade ambiente,  $\rho_0 = 1,2 \text{ kg/m}^3$ .

As medições foram realizadas a uma distância igual ou superior a 120 diâmetros do orifício de saída, de modo a garantir a condição de campo afastado [105].

A placa de orifício e a válvula gaveta constituem sem dúvida importantes fontes de ruído. Seria aconselhável que estes dispositivos estivessem distantes do orifício e separados deste por um plenum. Não obstante, constatou-se que a contração na saída, reduzindo a área do escoamento em cerca de 16 vezes, era efetiva em filtrar o ruído de baixas frequências proveniente do interior do tubo, obtendo-se, na maioria dos experimentos, pouca contaminação.

A Figura VI.7 mostra um diagrama dos experimentos.

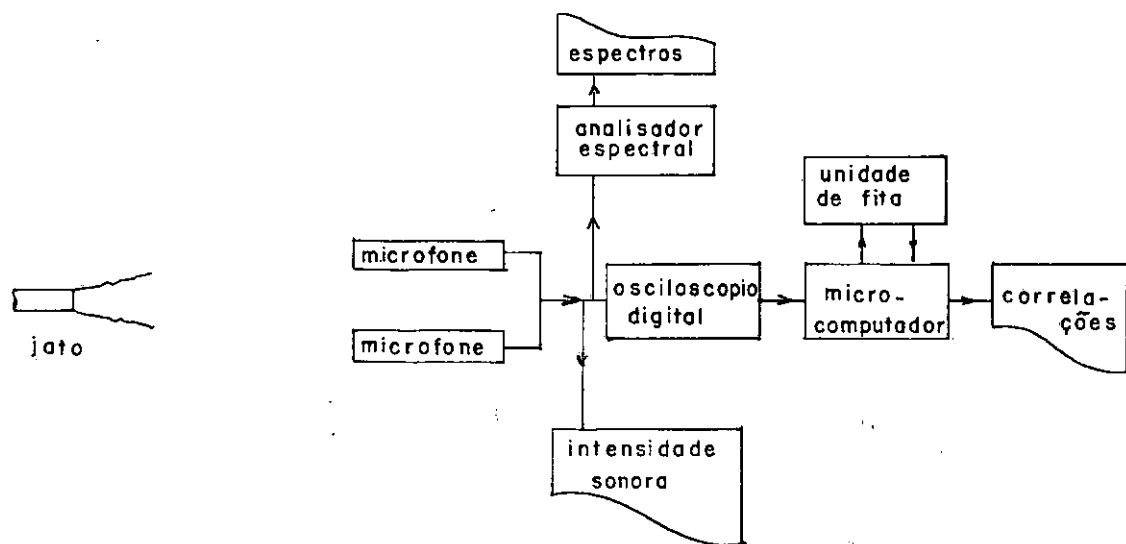


Figura VI.7 - Diagrama dos experimentos

## VI.2 - DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DO ESCOAMENTO

A velocidade na saída do jato,  $U_0$ , é determinada pela leitura do manômetro diferencial segundo (ver [156], formula 8, pp. 23 e 159).

$$U_0 = 16,3 \frac{A \zeta}{\sqrt{\rho_e}} \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 \sqrt{h} \quad (\text{VI.1})$$

onde  $h$  é a diferença de pressão em milímetros de mercúrio,  $A$  representa o produto de três coeficientes,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , que dependem principalmente de  $m = (d_0/d)^2$  (ver Figura 38 em [156]), e  $\zeta$  é um fator de expansão ([156] Figura 39), que depende do gás e da razão entre a pressão na saída e a pressão absoluta a montante da placa.

Para  $m = 0,10$ ,  $A_1$ , o "coeficiente básico", é igual a 0,598,  $A_2 = (1 - m^2)^{-1/2} = 1,005$  e  $A_3$ , o produto das correções devidas ao diâmetro do tubo (1,00) e ao número de Reynolds no orifício,  $Re_0$ , - entre 1,00 ( $Re_0 \rightarrow \infty$ ), 1,01 ( $Re_0 = 20000$ ) e 1,02 ( $Re_0 = 15000$ . Ver pp. 110, 118 e Figura 36 em [156]) - foi considerado igual a 1,005. Para o ar, com  $m = 0,10$ , tem-se  $0,94 \leq \zeta \leq 1$ . Com  $\rho_e \approx \rho_0 = 1,2 \text{ kg/m}^3$  vem

$$U_0 = 8,99 \zeta \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 \sqrt{h}$$

Dado que na faixa em que a pressão sonora (em dB) variou linearmente com  $h$   $\zeta$  variou entre 0,96 e 0,98, adotou-se  $\zeta = 0,97$ , negligenciando-se a variação da pressão de estagnação nos experimentos. As medidas de intensidade mostraram-se reprodutíveis independentemente desta pressão.

Assim, com  $\zeta = 0,97$  e  $d_0 = 8,5 \text{ mm}$ , tem-se para o bocal reto ( $d = 6,70 \text{ mm}$ )

$$U_0 = 14,0 \sqrt{h} \quad (\text{VI.2})$$



e para o bocal convergente ( $d = 6,50 \text{ mm}$ )

$$U_0 = 14,9 \sqrt{h} \quad (\text{VI.3})$$

### VI.3 - PROCEDIMENTOS PARA O CÁLCULO DAS CORRELAÇÕES

As correlações foram processadas pelo microcomputador, que recebia o sinal captado pelos microfones digitalizado pelo osciloscópio. Parte dos sinais digitalizados foi gravada em fita magnética.

Foram utilizados programas de comunicação entre o osciloscópio e o microcomputador, para gravação e recuperação de dados em fita magnética e desenvolvidos dois programas para o cálculo das correlações. Em ambos trabalhou-se com sinais de média nula.

Em um deles, a correlação  $R(\underline{x}, \underline{x}', \tau)$  é calculada multiplicando-se ponto a ponto  $p(\underline{x}, t)$  por  $p(\underline{x}', t + \tau)$ . Como o número máximo de pontos em um registro é fixado pelo osciloscópio para a utilização simultânea dos dois canais em 256, o número de pontos utilizados,  $N$ , decresce com  $|\tau|$ , de forma que o coeficiente de correlação foi calculado segundo

$$R_{N(\tau)}(\underline{x}, \underline{x}', \tau) = \frac{R_{N(\tau)}(\underline{x}, \underline{x}', \tau)}{\{R_{256}(\underline{x}, \underline{x}, 0) R_{256}(\underline{x}', \underline{x}', 0)\}^{1/2}} \frac{256}{N(\tau)} \quad (\text{VI.4})$$

No outro programa, utilizou-se a igualdade entre a transformada de Fourier inversa do interspectro de dois sinais e sua intercorrelação,

$$F^{-1}\{F_{\omega_i}(f(t))F_{\omega_i}^*(g(t))\}(\tau) = f(t)g(t+\tau) \quad (\text{VI.5})$$

onde  $F$  é a transformada de Fourier e  $F^*$  o seu complexo conjugado.

Foi utilizada uma subrotina para o cálculo da transformada rápida de Fourier (FFT). Como o que era efetivamente calculado era a série e não a transformada de Fourier, para evitar a correlação circular devida à periodicidade, os sinais foram completados com 256 zeros, e as transformadas calculadas com 512 pontos. O coeficiente de correlação foi calculado segundo

$$R_{N(\tau)}(\underline{x}, \underline{x}', \tau) = \frac{F^{-1}\{F_{\omega_i}(p(\underline{x}, t)) F_{\omega_i}^*(p(\underline{x}', t))\}(\tau)}{(R_{256}(\underline{x}, \underline{x}, 0) R_{256}(\underline{x}', \underline{x}', 0))^{1/2}} \frac{256}{N(\tau)} \quad (\text{VI.6})$$

A correção, idêntica à utilizada no caso anterior, fazia-se necessária para considerar o número de pontos diferentes de zero utilizados na correlação.

Numericamente, os dois métodos fornecem resultados idênticos, mas o tempo de computação é substancialmente diferente: o segundo algoritmo calcula "toda" a função de correlação (512 pontos) em um tempo bastante inferior ao primeiro, o qual, no entanto, é preferível quando apenas a região inicial da função é desejada.

No cálculo da autocorrelação do sinal obtido com um microfone, poderiam ter sido utilizados os 512 pontos fornecidos pelo osciloscópio. Optou-se pela utilização de apenas 256, dobrando-se a frequência de amostragem.

Os dois programas estão listados no Apêndice II.

#### VI.4 - EXPERIMENTOS COM O BOCAL RETO

##### VI.4.1 - Intensidade, Direcionalidade e Potência Acústica

Inicialmente verificou-se a variação da intensidade sonora (em dB, sem ponderação, relativa à intensidade de referência de  $10^{-12}$  W/m<sup>2</sup>) para  $\theta = 90^\circ$ , a uma distância  $x = 1000$  mm ( $x/d \approx 150$ ). Os resultados obtidos estão plotados na Figura VI.8.

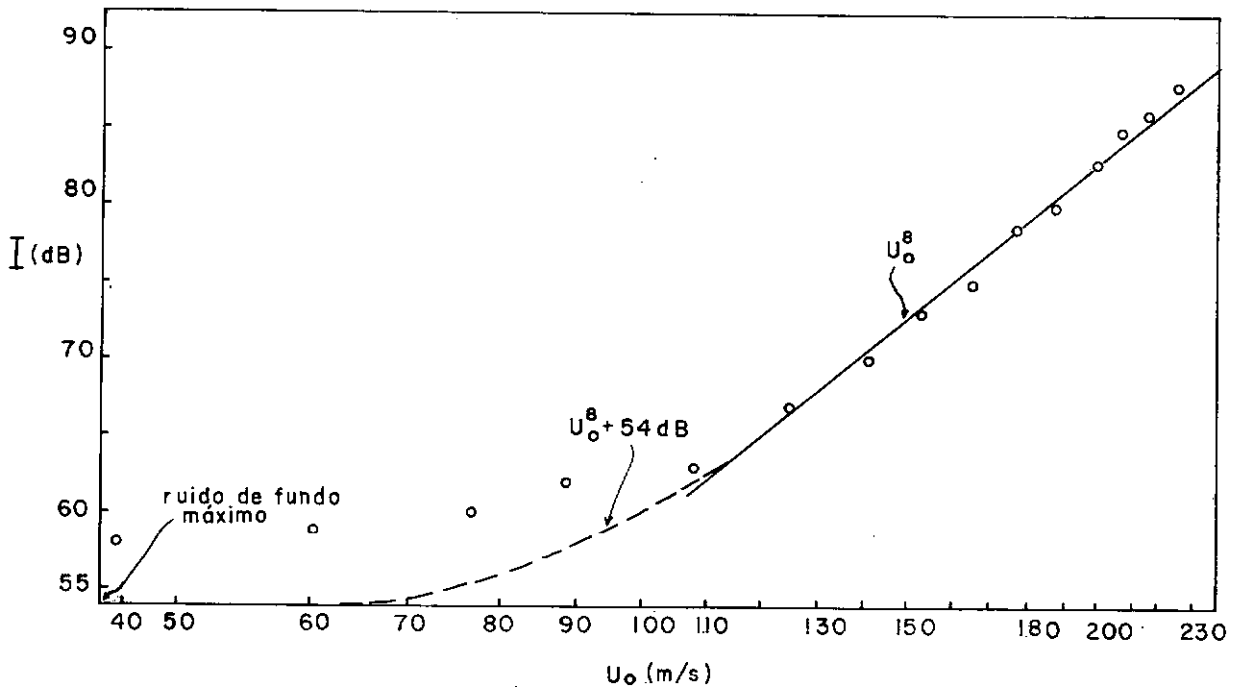


Figura VI.8 - Variação do nível sonoro com a velocidade  $\theta = 90^\circ$ ,  
 $x = 1000$  mm

Na faixa onde a variação de  $\log I$  com  $\log U_0$  é linear, foi ajustada uma reta aos pontos experimentais pelo método dos mínimos quadrados, que apresentou coeficiente angular 8,0 e coeficiente de correlação 0,994.

Acima de 110 m/s a lei  $U_0^8$  é verificada, enquanto que para velocidades abaixo deste valor o ruído é superior ao obtido somando-se o nível máximo de ruído de fundo (54 dB) à extração da lei  $U_0^8$ , o que indica que para estas velocidades outras fontes que não o ruído de mistura da turbulência são dominantes.

Verificou-se que retirando-se o bocal tinha-se, para a mesma vazão, um aumento considerável do ruído, neste caso em frequências bem mais baixas. Como a velocidade do jato era reduzida em cerca de 16 vezes, o ruído percebido neste caso era praticamente apenas o gerado na tubulação, principalmente na placa de orifício e na válvula gaveta, o que evidenciava que o bocal e talvez o próprio jato (ver BECHERT et al. [157]) funcionavam

como um filtro para as baixas frequências. Acredita-se que o ruído adicional verificado na medição com o bocal seja proveniente da tubulação, a pequena variação com a velocidade sendo devida à filtragem.

Como velocidade de trabalho foi escolhido o menor valor que garantisse o predomínio do "ruído de jato", de forma a obter-se maior compacidade possível. O valor adotado foi  $U_0 = 125$  m/s, correspondente a  $M = 0,37$  e  $Re = 5,6 \times 10^4$ .

Para esta velocidade foi verificada a direcionalidade no plano horizontal contendo o eixo do jato para  $15^\circ \leq \theta \leq 105^\circ$ ,  $\phi = \pm 90^\circ$ ,  $x = 800$  mm ( $x/d \approx 120$ ). Verificou-se que a assimetria do laboratório tinha efeito negligenciável nas medidas de direcionalidade, causando variação inferior a 1 dB. As medidas eram reprodutíveis dentro de  $\pm 0,5$  dB. A direcionalidade obtida está mostrada na Figura VI.9, juntamente com  $C^{-5}(\theta)$  (equação (III.13),  $D(\theta) = 1$ ), a direcionalidade verificada por LUSH [105] para  $U_0 = 125$  m/s e  $d = 25$  mm, e com  $C_E^{-5}(\theta)(1 + \cos^4\theta + (\sin^2 2\theta)/8)$ , a direcionalidade proposta por Ribner (equações (III.14, 27),  $B = 1$ ). As duas curvas foram ajustadas em  $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi = 90^\circ$ .

A concordância com  $C^{-5}(\theta)$  é muito boa, a não ser para pontos muito próximos ao eixo do jato, onde a intensidade aumenta rapidamente, o que é conflitante com a totalidade dos experimentos publicados, nos quais a direcionalidade costuma apresentar um "vale" perto do eixo devido à refração ou, no caso de baixo  $M$  (predomínio de "baixas" frequências), apresenta um crescimento bem mais suave que o observado.

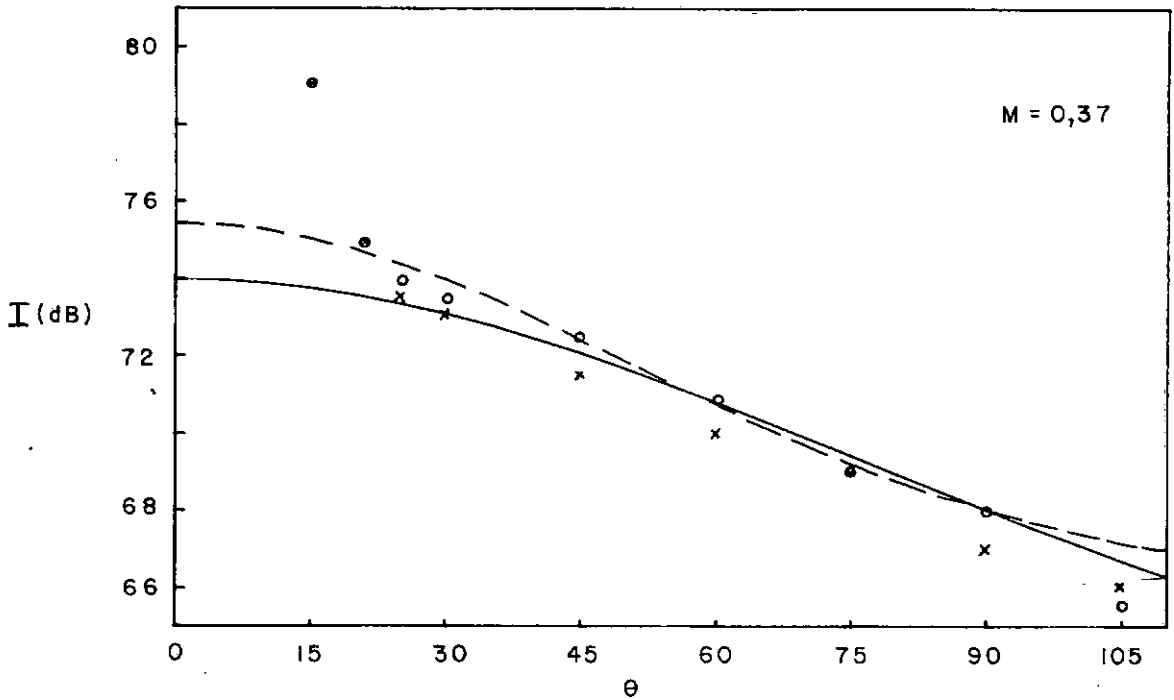


Figura VI.9 - Intensidade sonora no plano horizontal. Experimentos:  $\circ$ ,  $\phi = 90^\circ$ ;  $\times$ ,  $\phi = -90^\circ$ . Teoria: —,  $C^{-5}(\theta)$ ; — —,  $C^{-5}_E(\theta)(1 + \cos^4 \theta + (\sin^2 2\theta/8))$ .  $x = 800$  mm.

Observe-se que o alto valor da intensidade obtido a  $15^\circ$  poderia ser devido a que nesta posição o microfone captasse fortes variações da pressão do escoamento, estando ainda no campo próximo para frequências muito baixas (frequências abaixo de 425 Hz têm comprimento de onda superior a 800 mm). A análise espectral, no entanto, mostrou que, embora não houvesse características notáveis no espectro, a quantidade de energia na faixa 150-500 Hz era negligenciável, o que indica que a discrepância observada a  $15^\circ$  é devida ao ruído proveniente da tubulação.

A potência acústica do jato pode ser calculada a partir das medidas de direcionalidade por meio da equação (I.44). Assumindo a direcionalidade dada por  $C^{-5}(\theta)$  vem

$$P = I(x, 90^\circ) x^2 2\pi \int_0^\pi (1 - M_C \cos \theta)^{-5} \sin \theta d\theta = I(x, 90^\circ) x^2 4\pi \frac{(1 + M_C^2)}{(1 - M_C^2)^4} \quad (\text{VI.7})$$

Com  $M = 0,37$ ,  $M_c = 0,65 M$ ,  $x = 800$  mm e  $I(x, 90^\circ) = 10^{6,8-1,2} \text{ W/m}^2$  obtêm-se

$$P = 6,8 \times 10^{-5} \text{ W}$$

ou  $P = 88 \text{ dB} \quad (\text{dB re } 10^{-13} \text{ W}).$

A eficiência acústica do jato  $\bar{e}$  é estimada em

$$\bar{e} = \frac{P}{1/2 \pi d^2 / 4 \rho_0 U_0^3} = \frac{P}{41 \text{ W}} \approx 1,6 \times 10^{-6} \quad (\text{VI.8})$$

podendo também ser escrita como

$$\bar{e} \approx 2,3 \times 10^{-4} \text{ M}^5 \quad (\text{VI.9})$$

O coeficiente de proporcionalidade para a equação (III.13) seria em torno de  $9,0 \times 10^{-5}$ , correspondente a um jato com um nível de turbulência inicial elevado (ver item III.2.2).

#### VI.4.2 - Correlações

Foram medidas correlações de pressão sonora no campo afastado ( $x = x' = 800$  mm) no plano  $\theta = 90^\circ$ , onde a correlação depende apenas de componentes ortogonais de  $\underline{u}$ , e com  $\theta = \theta' = 45^\circ$ , onde, de acordo com (V.35), o coeficiente de correlação deve apresentar um valor fortemente negativo.

A escala de tempo do osciloscópio foi escolhida em função da faixa de frequência desejada para as correlações. O limite superior foi escolhido como 20 kHz, até onde a resposta dos microfones pode ser considerada plana e que corresponde, para  $U_0 = 125$  m/s e  $d = 6,7$  mm a  $S \approx 1,1$ , pouco acima do limite dos experimentos de Lush e que é razoavelmente representativo do ruído do jato.

A máxima frequência observável no sinal digitalizado é dada pela metade da frequência de amostragem. Como para a corre

lação necessita-se de informação sobre diferenças de fase, foi considerado um coeficiente de segurança igual a 2, obtendo-se para a escala  $e$

$$e = \frac{1}{4} \frac{25 \text{ pts./divisão}}{20 \text{ KHz}} = 0,3125 \text{ ms/div}$$

Adotou-se  $e = 0,2 \text{ ms/div}$ , o que limita a menor frequência em  $(2,0 \text{ ms})^{-1} = 500 \text{ Hz}$  ( $S = 0,026$ ).

Inicialmente foi medida a função de autocorrelação  $R(90^\circ, \tau)$ , com um microfone. Observou-se que, ao contrário das curvas obtidas por MAESTRELLO [147], com o aumento de  $\tau$  a função apresentava oscilações, em lugar de aproximar-se assintoticamente de zero. Embora as oscilações não apresentassem regularidade, o valor de  $\tau^*$  era reprodutível e praticamente constante. Observou-se também que a curva obtida, adimensionalizada, reproduzia a obtida por Maestrello para  $\theta=30^\circ$ , que está plotada na Figura VI.10, juntamente com os nossos resultados (média de 8 amostras).

Observe-se que a excelente concordância deve-se em parte a uma coincidência, já que a  $30^\circ$ , apesar do desvio Doppler, a frequência característica costuma ser mais baixa que a  $90^\circ$ , o que deveria levar, neste caso, a um valor maior de  $\tau^* U_0/d$ . No entanto, como as correlações de Maestrello incluem frequências até 40 kHz, que correspondem a  $S \approx 4,0$ , é de se esperar, devido às altas frequências, uma redução do valor de  $\tau^*$  (mesmo considerando a máxima frequência observável com a escala de 0,2 ms/div e desconsiderando que os microfones não respondem a frequências desta ordem, o máximo  $S$  obtido seria 3,3, inferior ao utilizado por Maestrello).

Quanto às oscilações, são devidas principalmente à curta duração das amostras (2,0 ms). Observe-se que apenas reflexões provenientes de obstáculos posicionados a menos de 35 cm dos microfones seriam vistas como picos nas curvas de correla-

ção, e que para intercorrelações com microfones afastados o efeito das reflexões nas paredes do laboratório pode manifestar-se apenas como uma diminuição, pela normalização, do valor absoluto do coeficiente de correlação, alteração que, dada a atenuação esférica na propagação e reflexão, será negligenciável.

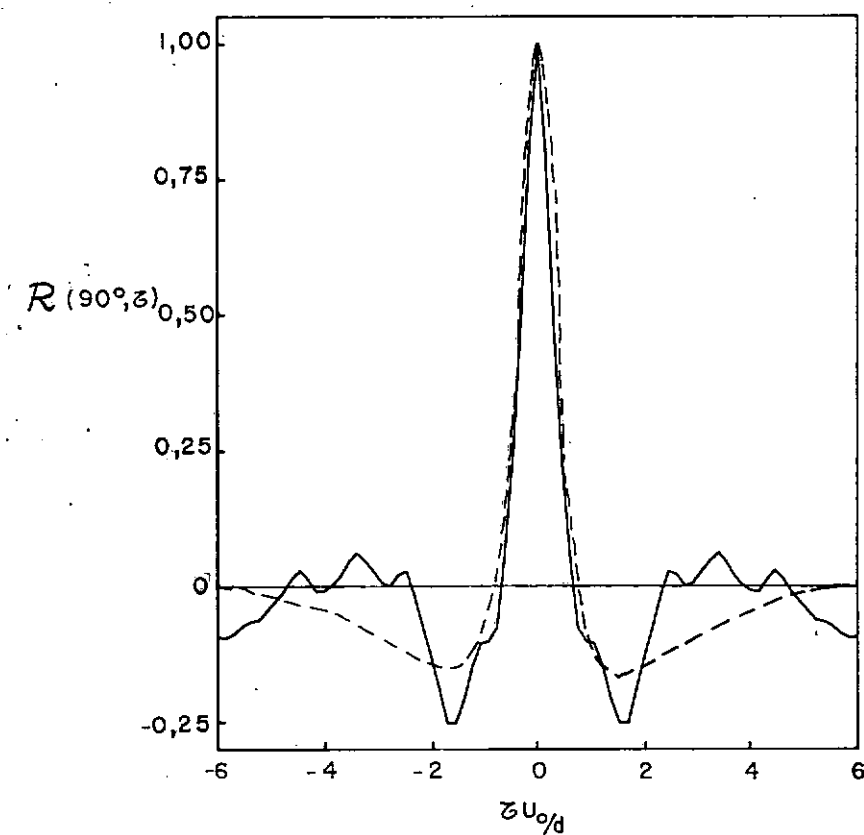


Figura VI.10 - Autocorrelação: —, experimentos COPPE,  $\theta=90^\circ$ ; ---, Maestrello,  $\theta=30^\circ$

Para verificar a qualidade das medidas de intercorrelação realizadas com dois microfones diferentes, foram realizados dois tipos de testes. Foram medidas a função de transferência entre os dois microfones, com diferentes fontes de ruído, encontrando-se fase constante e igual a zero, e a intercorrelação  $R(\underline{x}, \underline{x}', \tau)$  para  $\underline{x} \equiv \underline{x}'$ ,  $\theta=90^\circ$ , que foi comparada com a autocorrelação (média de 8 amostras) obtida com um microfone (Figura VI.11).



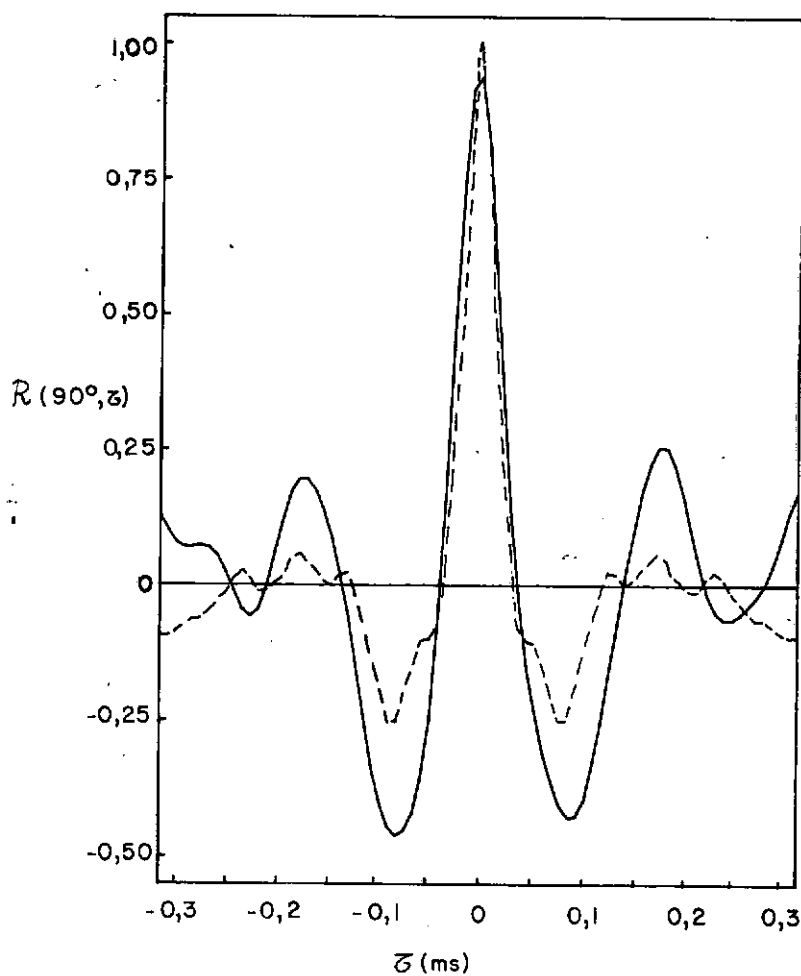


Figura VI.11 - Intercorrelação para  $\underline{x} \approx \underline{x}'$  — e autocorrelação ---

O alto valor de pico obtido para a intercorrelação (0,96) e a concordância do valor de  $\tau^*$  indicam que a perda de correlação devida às diferenças dos microfones é negligenciável. As diferenças obtidas são típicas e devidas à pequena duração do sinal. São suavizadas pelas médias e possivelmente, para a utilização de um grande número de amostras, serão eliminadas.

Para estimar a compacidade do jato, mediu-se o coeficiente  $R_c = R_1(90^\circ, 180^\circ)$ , obtendo-se  $R_c = 0,52$  com boa reprodutibilidade, a forma da função de intercorrelação para amostras individuais semelhante à da autocorrelação (Figura VI.12). O ligeiro aumento no valor de  $\tau^*$  deve-se ao fato de que, na intercorrelação, a correlação do sinal proveniente de

uma dada região do jato, devido às diferenças de percurso,  $\bar{e}$ , para  $x = x'$ , máxima em  $\tau \neq 0$ , aumentando o tempo de correlação (ver equação V.20).

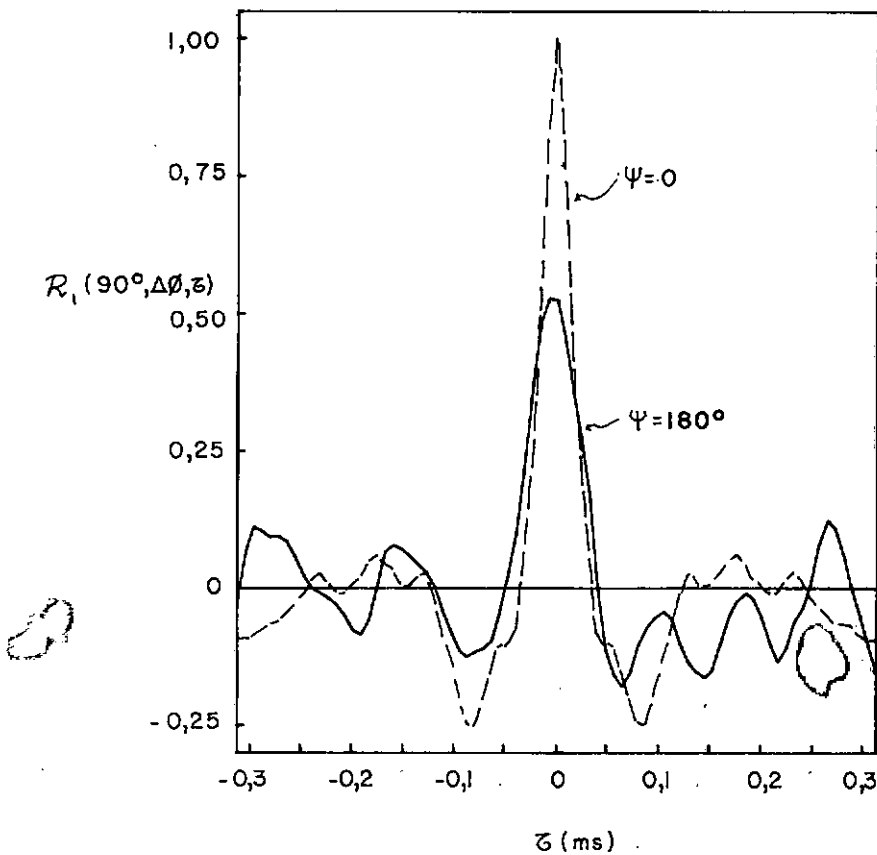


Figura VI.12 - Auto e intercorrelação no plano  $\theta=90^\circ$

No plano  $\theta=90^\circ$ , mediu-se também a intercorrelação com separação  $\psi = 45^\circ, 90^\circ$  e  $135^\circ$ . Verificou-se que no caso  $\psi = 90^\circ$  a função de intercorrelação não apresentou a forma característica, verificada, entretanto, para  $\psi = 45^\circ$  e  $135^\circ$ . A realização de médias com 5 a 10 amostras não permitiu a obtenção do valor de  $R_1^*(90^\circ)$ , já que estas médias variaram entre -0,10 e +0,16. Observe-se que para esta posição o valor esperado para a correlação é  $(B-1)/2$ , muito próximo de zero para  $B$  em torno de 1 (a direcionalidade uniforme obtida por LUSH [105] para  $U_0 = 125$  m/s não significa  $B = 0$ , já que a direcionalidade em faixas de 1/3 de oitava não é uniforme (ver também [53, 108])). A dificuldade de obtenção do valor de  $R_1^*(90^\circ)$  está ligada ao fato de que a duração finita da amostra introduz, para pequenos

valores de pico do coeficiente de correlação, erros que mascaram completamente o valor da correlação.

Os valores médios de  $R_1(90^\circ, \Delta\phi)$  obtidos estão plotados na Figura VI.3, juntamente com as curvas

$$R_1(90^\circ, \Delta\phi) = \{(1-R_1^*)\cos^2\psi + R_1^*\} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(-\pi H e |\sigma| \frac{c_0}{d}) d\phi(y) \quad (\text{VI.10})$$

para  $R^* = 0, 0,1$  e  $-0,1$ . O número de Helmholtz utilizado,  $0,19$ , foi obtido a partir do número de Strouhal central  $S \approx 0,5$ .

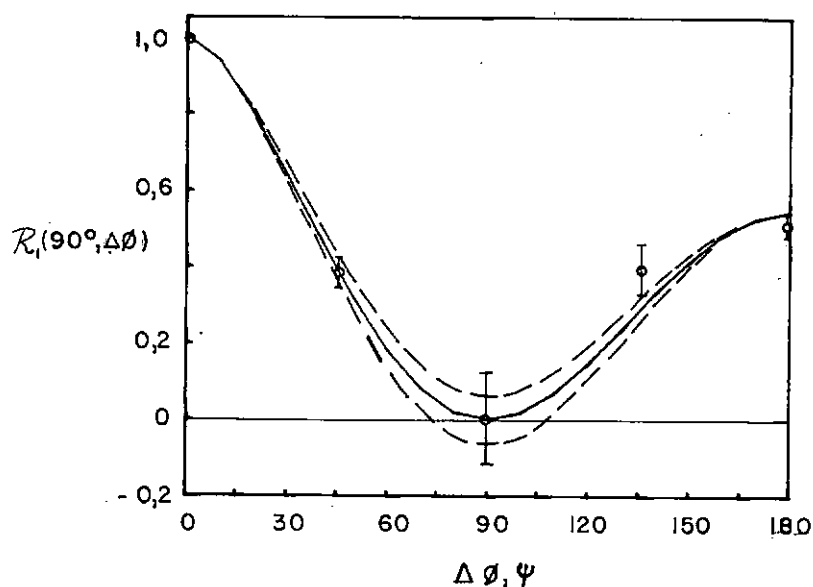


Figura VI.13 - Coeficiente de correlação,  $\theta=90^\circ$

Apesar do pequeno número de pontos experimentais, as correlações obtidas estão de acordo com o modelo de quadripolos pontuais. A obtenção para  $\psi = 45^\circ$  de um valor ligeiramente menor que para  $\psi = 135^\circ$  deve-se provavelmente à proximidade dos microfones para  $\psi = 45^\circ$ , que aumentava em muito, para esta posição, a possibilidade de diminuição do valor absoluto do coeficiente de correlação devido a reflexões nos tripês.

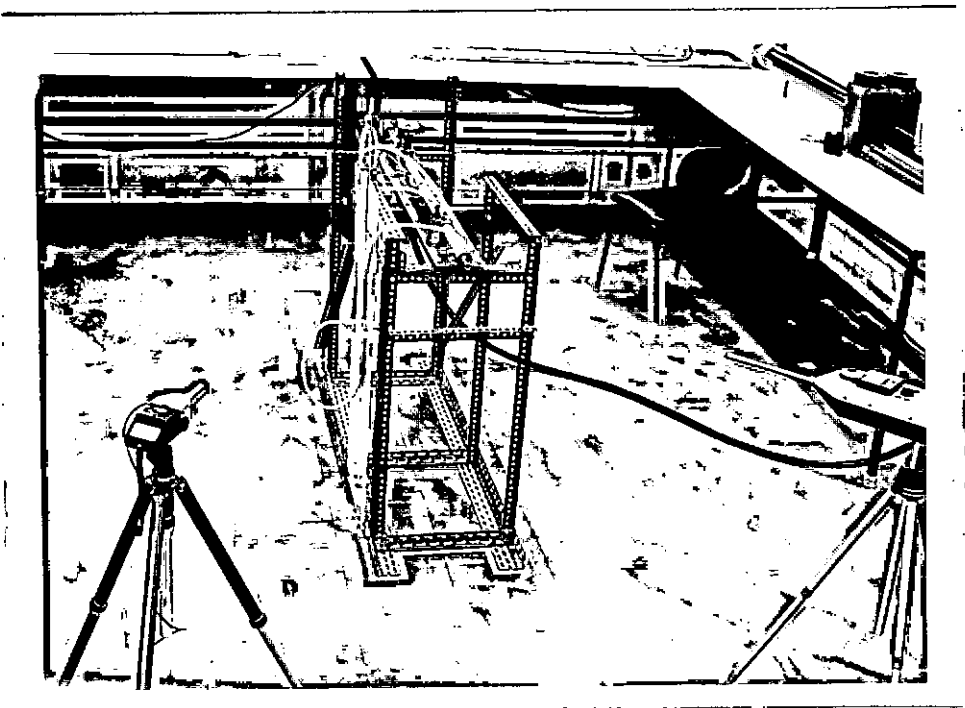


Figura VI.14 - Microfones no plano  $x_2 = 0$ , para  $\theta = 45^\circ$  e  $\psi = 90^\circ$

Foi medido também  $R_1^*(\theta)$  para  $\theta = 45^\circ$ , posição para a qual  $R_1^*(\theta)$  deve, de acordo com (V.35), apresentar maior valor negativo. A Figura VI.14 mostra os microfones posicionados para esta medida. Encontrou-se entretanto  $R_1^*(45^\circ) = 0,28 \pm 0,08$ ,  $R_1^*(45^\circ, \tau)$  apresentando forma satisfatória. Observou-se que neste caso o valor de  $\tau^*$  era bastante inferior ao correspondente à autocorrelação para  $\theta = 45^\circ$  (ver Figura VI.15), em desacordo com o esperado, já que  $\tau^*$  é função do conteúdo espectral do sinal, crescendo suavemente com o aumento da separação angular devido às diferenças de percurso, como já comentado. A redução no valor de  $\tau^*$  é claramente indicativa da presença, para  $\theta = 45^\circ$ , de dois sinais que, se independentes, têm contribuições de sinais contrários para a intercorrelação para  $\psi = 90^\circ$ .

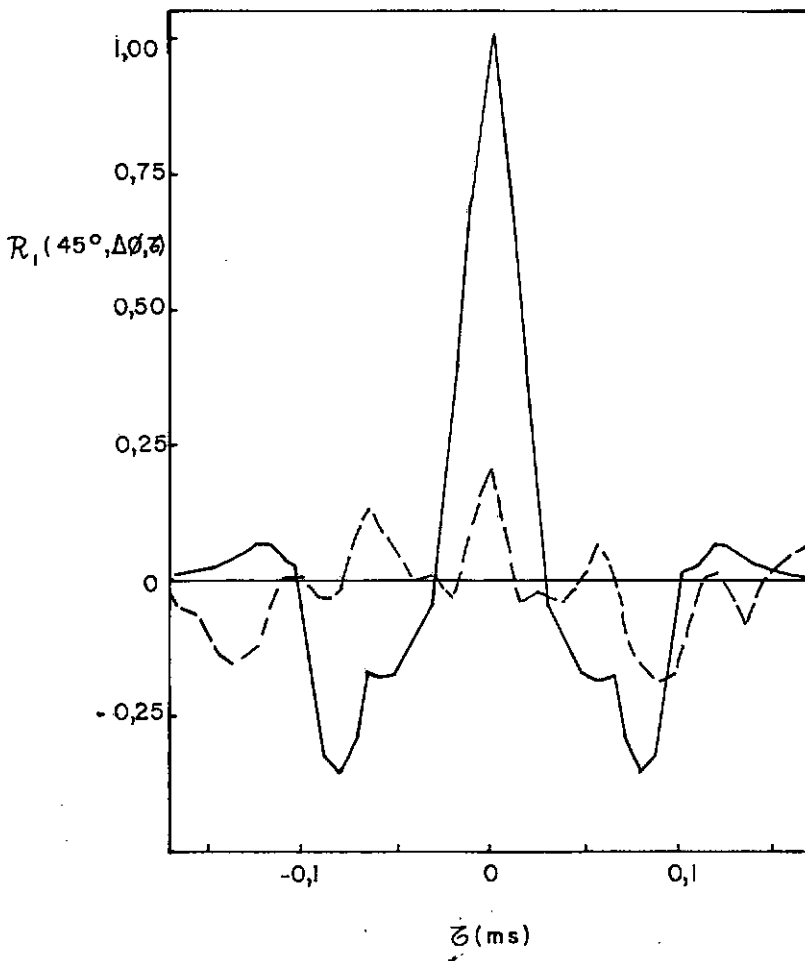


Figura VI.15 - Correlações para  $\theta = 45^\circ$  (amostras típicas) — ,  $\psi = 0^\circ$ ; ---,  $\psi = 90^\circ$

Estes sinais podem ser ambos componentes do ruído de jato ou não, caso em que um deles proviria do ruído gerado na tubulação e seria responsável pela correlação positiva, enquanto o ruído de jato responderia pela parcela negativa. Mas não pode ser afastada a possibilidade de que os dois componentes pertençam ao ruído do jato, como, por exemplo, um quadripolo  $T_{11}$  respondendo pela correlação positiva e um quadripolo  $T_{13}$  pela correlação negativa. Para uma distribuição de quadripolos laterais, a contribuição de  $T_{33}$ , predominantemente em oposição de fase a de  $T_{11}$ , contribuiria para um resultado final negativo, a menos que a amplificação convectiva do componente  $T_{11}$  fosse mais forte. Observa-se que o sinal de contribuição positiva para a intercorrelação é predominante, mas a direcionalidade medida não aponta, a  $45^\circ$ , para uma grande contribuição do componente  $T_{11}$  ou do ruído

do da tubulação. Caso a correlação positiva deva-se ao ruído da tubulação, como este deve ser em frequências mais baixas que o ruído de jato, os dois ruídos poderiam ser separados, pela utilização de filtros no algoritmo via FFT.

#### VI.5 - EXPERIMENTOS COM O BOCAL CONVERGENTE

Para verificar a influência do bocal na filtragem do ruído gerado na tubulação foi construído um bocal convergente, com um ângulo de  $26^\circ$ ,  $d = 6,50$  mm (Figuras VI.5-6) e extensões adaptáveis de 40 e 770 mm. Com este bocal, para as duas extensões, foram verificadas a variação da intensidade sonora com a velocidade ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi = 90^\circ$ ) e, para  $U_0 = 130$  m/s, a direcionalidade no plano horizontal contendo o eixo do jato ( $15^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ). As medidas foram realizadas com  $x = 800$  mm. Os resultados estão mostrados nas Figuras VI.16 e VI.17, juntamente com as curvas teóricas.

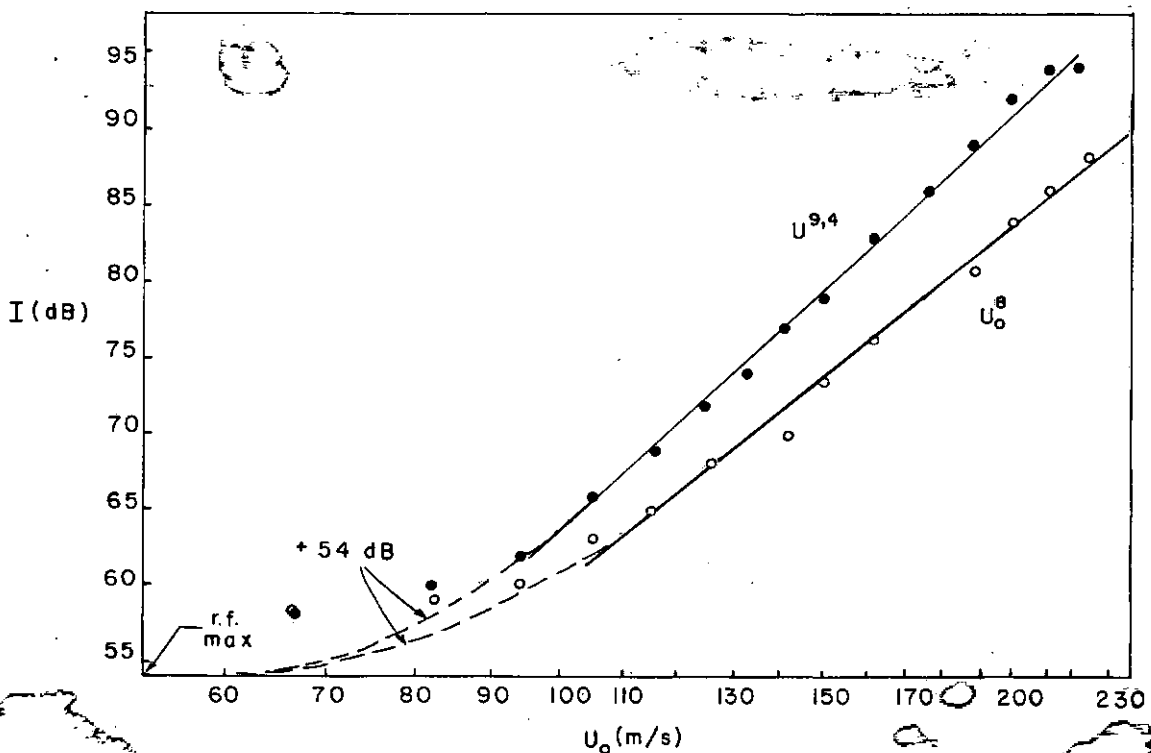


Figura VI.16 - Variação de intensidade sonora com a velocidade  $\theta = 90^\circ$ ,  $x = 800$  mm. Bocal convergente: Extensão: ○, 40 mm; ●, 770 mm.

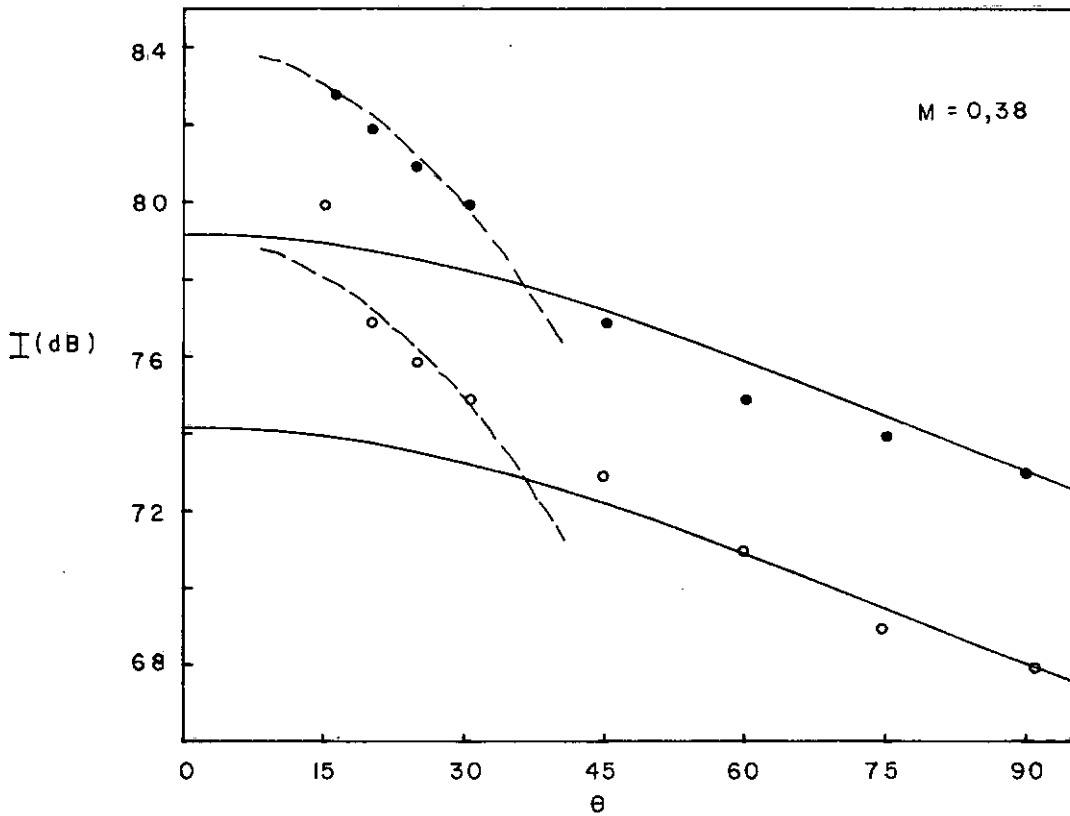


Figura VI.17 - Direcionalidade no plano horizontal. Experimentos:  $\circ$ , extensão de 40 mm;  $\bullet$ , 770 mm. Teoria: —,  $C^{-5}(\theta)$ ; ---,  $\cos^4\theta C^{-9}(\theta)$ .

Para as duas extensões a variação da intensidade sonora com a velocidade é linear para velocidades acima de 90 m/s, evidenciando maior filtragem do ruído proveniente da tubulação.

Para a extensão de 40 mm, a variação é praticamente idêntica à verificada com o bocal reto,  $U_0^8$  (a reta que melhor adapta-se aos pontos experimentais tem coeficiente angular 8,3 e coeficiente de correlação 0,994). Observa-se um aumento no nível de ruído de 1 dB, se as medidas são comparadas para a mesma velocidade, e de 3 dB, se são comparadas para o mesmo  $h$ . Para explicitar a influência da variação do diâmetro, é conveniente utilizar o mesmo  $h$ . Tem-se então

$$I_a - I_b = 10 \log \left\{ \frac{K_a}{K_b} \left( \frac{x_b}{x_a} \right)^2 \left( \frac{d_a}{d_b} \right)^{14} \right\} \quad (\text{VI.11})$$

A redução da distância de 1000 para 800 mm responde por um aumento de 1,93 dB, e a do diâmetro, de 6,70 para 6,50 mm, por um aumento de 1,84 dB, sendo esperado um aumento total de aproximadamente 4 dB. Como o aumento real é de 3 dB, conclui-se que houve uma redução no valor de K de aproximadamente 20%, provavelmente devido a um menor nível de turbulência na saída.

Para a extensão de 770 mm, há um aumento no expoente de  $U_0$ , de 8 para 9 (o coeficiente angular é 9,2 se o último ponto do gráfico é considerado e 9,4 caso contrário; em ambos os casos o coeficiente de correlação é 0,996). Observe-se que este aumento, sendo dependente da velocidade, implica em uma modificação na eficiência do processo de geração de ruído, de  $M^5$  para  $M^6$ , não podendo ser creditado a modificações nos perfis de velocidade ou de intensidade de turbulência, a não ser que estas modificações sejam dependentes do número de Mach. Nos experimentos de POWELL [113], onde a um bocal de diâmetro  $d = 2"$  foi adaptada uma extensão reta de 28 diâmetros de comprimento, observa-se uma *redução* no nível de ruído e praticamente nenhuma mudança no expoente de  $U$ . Powell enfatizou que não foram observados indícios de influência de ressonância devidos à extensão nos experimentos. É possível que, entretanto, nos resultados mostrados na Figura VI.16, o ar na extensão, devido ao ruído proveniente da tubulação, entre em ressonância, excitando o jato e respondendo pelo aumento verificado. Da Figura VI.17 vê-se que o aumento devido à extensão, para  $U_0 = 130$  m/s, independe do ângulo de medição.

Quanto à direcionalidade, para  $\theta \geq 45^\circ$ , é idêntica à verificada com o bocal reto. Perto do eixo do jato, o aumento da direcionalidade é mais suave, apresentando, entretanto, para a extensão de 40 mm, um salto brusco entre  $20^\circ$  e  $15^\circ$ , provavelmente devido ao ruído da tubulação. A variação suave observada para a extensão de 770 mm evidencia a filtragem exercida pelo tubo.

Observa-se que a direcionalidade medida com o bocal convergente é muito semelhante à verificada por LUSH [105] para as baixas frequências, variando perto do eixo do jato aproximadamen



te com  $\cos^4\theta C^{-9}$ , como proposto por GOLDSTEIN [58], MANI [61] e DOWLING et al. [30]. Esta variação seria devida à interação entre as ondas acústicas e o escoamento, que resultaria em uma amplificação convectiva mais forte para o quadripolo  $T_{11}$ . É interessante notar que enquanto nos experimentos de Lush esta variação só é observada para  $U_0 \geq 195$  m/s, na formulação de Goldstein, o fator  $\cos^4\theta C^{-9}$  é multiplicado pelo *gradiente de velocidade*, justificando a ausência, para  $U_0 = 125$  m/s e  $d = 25$  mm, desta variação e sua observação, para a mesma velocidade e  $d = 6,50$  mm. Não ficou claro porque esta variação não foi notada com o bocal reto, o que pode ser devido tanto à mudança no perfil de velocidade como a alguma influência do ruído da tubulação.

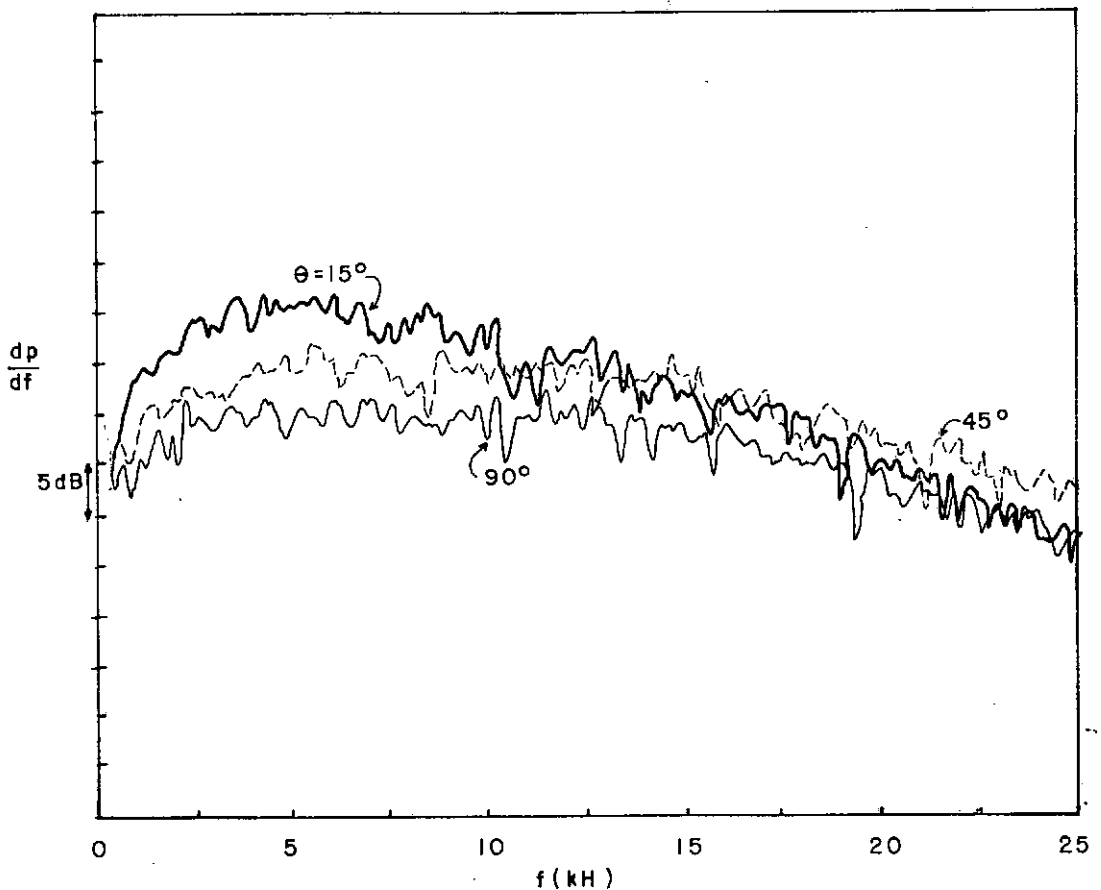


Figura VI.18 - Espectros. Bocal convergente com extensão de 770 mm.  $U_0 = 130$  m/s

Para investigar possíveis alterações no conteúdo espectral do ruído devidas à mudança de bocal, mediu-se os espectros

a  $15^0$ ,  $45^0$  e  $90^0$  para as três situações examinadas. Os espectros obtidos para o bocal convergente com a extensão de 770 mm estão mostrados na Figura VI.18. São praticamente idênticos aos correspondentes para a extensão de 40 mm e para o bocal reto. Não foram observadas características notáveis além do tradicional deslocamento do conteúdo espectral de baixas para altas frequências com o aumento do ângulo  $\theta$ . Uma análise entre 0 e 10 kHz do ruído a  $15^0$  também não mostrou diferenças notáveis, embora acredite-se que, para esta posição, enquanto com a extensão de 770 mm o ruído medido seja predominantemente "ruído de jato", para as outras situações haja uma contribuição considerável do ruído gerado na tubulação.

#### VI.6 - CONCLUSÕES

Verificou-se que propriedades básicas do ruído de jatos, bem como medidas de correlação, podem ser obtidas em ambientes não anecóicos e assimétricos. Com o bocal reto, a lei  $U^8$  foi verificada, para  $\theta = 90^0$ , para velocidades acima de 110 m/s, e a direcionalidade obtida é consistente com as previsões teóricas, a menos para  $\theta = 15^0$ , onde o ruído proveniente da tubulação parece ser dominante.

A metodologia utilizada para o cálculo das correlações mostrou-se satisfatória para a medição, desde que o valor de pico do coeficiente seja superior, em módulo, a 0,2. Quando a correlação é muito baixa, os erros introduzidos pela duração finita da amostra tornam-se dominantes. Estes erros podem ser eliminados pela utilização de um digitalizador com maior capacidade de memória.

O bocal convergente torna o jato mais silencioso e modifica a direcionalidade para  $\theta \leq 30^0$  e, a  $90^0$ , é mais efetivo em filtrar o ruído da tubulação, não eliminando, no entanto, o salto perto de  $\theta = 15^0$ . Observou-se que a utilização de uma extensão longa, de 118 d de comprimento, aumentou a eficiência da geração de ruído, talvez devido a fenômenos de ressonância liga

dos ao ruído gerado na tubulação. Para esta situação, a direcionalidade, perto do eixo, varia aproximadamente com  $\cos^4 \theta C^{-9}$ , indicando a possibilidade de que a amplificação convectiva seja dependente da orientação dos eixos dos quadripolos. A comparação com os dados de Lush concorda com a previsão de Goldstein de que, para o componente  $T_{11}$ , a amplificação "extra" depende também do gradiente de velocidade. Não ficou claro, no entanto, porque esta variação não foi observada com o bocal reto.

A amplificação convectiva diferenciada explicaria o pequeno valor de  $\tau^*$  encontrado para  $R_1^*(45^\circ, \tau)$  e o pico positivo, mas não pode ser afastada a hipótese de que estes efeitos sejam devidos ao ruído da tubulação.

A comparação dos espectros a  $15^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  não mostrou diferenças entre as situações examinadas. A verificação da variação da intensidade sonora com a velocidade para diferentes valores de  $\theta$  e a medição da direcionalidade por faixas de  $1/3$  de oitava poderiam fornecer informações para elucidar o papel do ruído da tubulação e, juntamente com um mapeamento mais detalhado do coeficiente de correlação, esclarecer a questão da importância da orientação dos quadripolos para a amplificação convectiva.

# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Lighthill, M. J., "On Sound Generated Aerodynamically I. General Theory", Proc. Roy. Soc. Vol. A211, No. 1107, pp. 564-587 (1952).
2. Lighthill, M. J., "On Sound Generated Aerodynamically II. Turbulence as a Source of Sound", Proc. Roy. Soc. Vol. A222, No. 1148, pp. 1-32 (1954).
3. Lighthill, J., "Early Development of an 'Acoustic Analogy' Approach to Aeroacoustic Theory", AIAA Journal, Vol. 20 (4) pp. 449-450 (1982).
4. Gierke, H. E. von, "Aircraft Noise Sources", Handbook of Noise Control (editor: C. M. Harris), Cap. 33, McGraw-Hill, New York (1957).
5. Ribner, H. S., "Jets and Noise", Canadian Aeronautics and Space Journal, Vol. 14 (8), pp. 281-298 (1968).
6. Koenig, R. J., "Air Transport Noise Reduction", Noise Control Engineering, Vol. 8 (3), pp. 120-130 (1977).
7. Crighton, D. G., "Acoustics as a Branch of Fluid Mechanics", J. of Fluid Mech., Vol. 106, pp. 261-298 (1981).
8. Townsend, A. A., The Structure of Turbulent Shear Flow, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge University Press (1976).
9. Favre, A., Kovasnay, L. S. G., Dumas, R., Gaviglio, J. et Coantic, M., La Turbulence en Mécanique des Fluides, Gautiers-Villars, Paris (1976).
10. Fiedler, H. (Editor), "Structure and Mechanism of Turbulence I, II" (Proceedings of the Symposium on Turbulence, Berlin, August, 1977), Lecture Notes in Physics, Vols. 75, 76, Springer Verlag, Berlin (1977).

11. Diversos autores, "Symposium on Aircraft Noise", California, November, 1952, J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 25(3), pp. 363-442 (1953).
12. SCHWARZ, I. R. (editor), "Aeroacoustics: Jet Noise, Combustion and Core Engine Noise (AIAA 2<sup>nd</sup> Aero-Acoustics Conference, March, 1975)", Progress in Aeronautics and Astronautics, Vol. 43, AIAA (1976).
13. Diversos autores, "Septième Colloque d'Acoustique Aérodynamique. Génération et Contrôle du Bruit des Écoulements à Faible Nombre de Mach", Lyon, Novembre, 1980. Revue d'Acoustique, Vol. 58 (3/4), pp. 133-240 (1981).
14. SUNYACH, M. JUVE, D. and COMTE-BELLOT, G., "Acoustics of Turbulent Flows: A Report on Euromech 142", J. Fluid Mech., Vol. 122, pp. 511-530 (1982).
15. POWELL, A., "Jet Noise - Age 25 !" Noise-CON 75 Proceedings (Maryland, September, 1975), pp. 33-82 (1975). Também em Noise Control Engineering, Vol. 8(2), pp. 69-87 (part I) e Vol. 8(3), pp. 108-119 (part II) (1977).
16. RIBNER, H. S., "Perspectives in Jet Noise", AIAA Journal, Vol. 19(12), pp. 1513-1526 (1981).
17. BETCHOV, R., "Transition", Handbook of Turbulence (editores: W. Frost e T. H. Moulden), pp. 127-146, Plenum Press, New York (1977).
18. BEAVERS, G. S. and JOSEPH, D. D., "Vortex Growth in Jets", J. Fluid Mech., Vol. 44(1), pp. 97-112 (1970).
19. LIGHTHILL, M. J., "The Bakerian Lecture 1961: Sound Generated Aerodynamically", Proc. Roy. Soc., Vol. A26A, No. 1329, pp. 147-182 (1962).

20. Lighthill, M. J. Sir, Waves in Fluids, Cambridge University Press (1978).
21. Powell, A., "Theory of Vortex Sound", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 36(1), pp. 117-195 (1964).
22. Ribner, H. S., "The Generation of Sound by Turbulent Jets" Advances in Applied Mechanics, Vol. VIII, pp. 103-182, Academic Press, New York (1964). Ver correções no Apêndice A, ref. 120.
23. Ffowcs Williams, J. E., "Hydrodynamic Noise", Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 1, pp. 197-222 (1969).
24. Ffowcs Williams, J. E., "Sound Sources in Aerodynamics - Fact and Fiction", AIAA Journal, Vol. 20(3), pp. 307-315 (1982). Também em Revue d'Acoustique, Vol. 58(3/4) (ref. 13), pp. 134-142 (1981) e em Acustica, Vol. 50(3) pp. 167-169 (1982).
25. Morse, P. M. and Ingard, K. U., Theoretical Acoustics, McGraw-Hill, New York (1968).
26. Skudrzyk, E., The Foundations of Acoustics, Springer-Verlag, Wien (1971).
27. Jessel, M., Acoustique Théorique, Masson et CIE, Paris (1973).
28. Pierce, A. D., Acoustics, McGraw-Hill, New York (1981).
29. Ffowcs Williams, J. E. and Howe, M. S., "The Generation of Sound by Density Inhomogeneities in Low Mach Number Nozzle Flows", J. Fluid Mech., Vol. 70(3), pp. 605-622 (1975).
30. Dowling, A. P., Ffowcs Williams, J. E. and Goldstein, M. E., "Sound Production in a Moving Stream", Phil. Trans.

- Roy. Soc. London, Vol. A288, No. 1353, pp. 321-349 (1978).
31. PROUDMAN, I., "The Generation of Noise by Isotropic Turbulence", Proc. Roy. Soc., Vol. A214, No. 116, pp. 119-132 (1952).
  32. FFWOCS WILLIAMS, J. E., "Some Thoughts on the Effect of Aircraft Motion and Eddy Convection on the Noise from Air Jets", Univ. Southampton Aero. Astr. Rep. No. 155 (1960). Citado em refs. 19, 33.
  33. FFWOCS WILLIAMS, J. E., "The Noise from Turbulence Convec-  
ted at High Speed", Phil. Trans. Roy. Soc. London, Vol. A255, No. 1061, pp. 469-503 (1963).
  34. RIBNER, H. S., "Aerodynamic Sound From Fluid Dilatations: A Theory of Sound from Jets and Other Flows", Univer. of Toronto, Institute of Aerophysics, Rep. No. 86, (AFOSRTN 3430), (1962). Citado em ref. 22.
  35. POWELL, A., "Vortex Sound", Univ. Calif., Los Angeles, Dept. Eng. Rep. No. 61-70 (1961). Citado em ref. 21.
  36. MEECHAM, W. C. and FORD, G. W., "Acoustic Radiation From Isotropic Turbulence", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 30 (4), pp. 318-322 (1958).
  37. RIBNER, H. S., "New Theory of Jet-Noise Generation, Directionality and Spectra", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 31(11), pp. 245-246 (1959).
  38. LIGHTHILL, M. J., "Jet Noise", AIAA Journal, Vol. 1(7), pp. 1507, 1517 (1963).
  39. CROW, S. C., "Aerodynamic Sound Emission as a Singular Perturbation Problem", Studies in Appl. Math. Vol. XLIX (1), pp. 21-44 (1970).

40. RIBNER, H. S., "Comment on 'Aerodynamic Sound Emission as a Singular Perturbation Problem'" (ref. 39), J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 49 (4, part I), p. 1108 (1971).
41. DOAK, P. E., "Analysis of Internally Generated Sound in Continuous Materials: 2. A Critical Review of the Conceptual Adequacy and Physical Scope of Existing Theories of Aerodynamic Noise, With Special Reference to Supersonic Jet Noise", J. Sound. Vib., Vol. 25(2), pp. 263-335 (1972).
42. POWELL, A., "Three-Sound-Pressures Theorem, and its Application, in Aerodynamically Generated Sound", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 34(7), pp. 902-906 (1962).
43. HOWE, M. S., "Contributions to the Theory of Aerodynamic Sound, With Application to Excess Jet Noise and the Theory of the Flute", J. Fluid. Mech., Vol. 71(4), pp. 625-673.
44. MÖRING, W., "On Vortex Sound at Low Mach Number", J. Fluid Mech., Vol. 85(4), pp. 685-691 (1978).
45. Lighthill, M. J., "On The Energy Scattered from the Interaction of Turbulence of Sound or Shock Waves", Proc. Cambridge Phil. Soc., Vol. 49(3), pp. 531-551 (1953).
46. CURLE, N., "The Influence of Solid Boundaries Upon Aerodynamical Sound", Proc. Roy. Soc., Vol. A231, No. 1187, pp. 505-514 (1955).
47. POWELL, A., "Aerodynamic Noise and the Plane Boundary", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 32(8), pp. 982-990 (1960).
48. FFWOCS WILLIAMS, J. E., "Sound Radiation from Turbulent Boundary Layers Formed on Compliant Surfaces", J. Fluid Mech., Vol. 22(2), pp. 347-358 (1965).



49. FFWOCS WILLIAMS, J. E. and HAWKINGS, D. L., "Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion", Phyl. Trans. Roy. Soc. London, Vol. A264, No. 1151, pp. 321-342 (1969).
50. FFWOCS WILLIAMS, J. E., "Sound Production at the Edge of a Steady Flow", J. Fluid Mech., Vol. 66(4), pp. 791-816 (1974).
51. PHILLIPS, O. M., "On the Generation of Sound by Supersonic Turbulent Shear Layers", J. Fluid Mech., Vol. 9(1), pp. 1-28 (1960).
52. DOAK, P. E., "Analysis of Internally Generated Sound in Continuous Materials: 3. The Momentum Potencial Field Description of Fluctuating Fluid Motion as a Basis for a Unified Theory of Internally Generated Sound", J. Sound Vib., Vol. 26(1), pp. 91-120 (1973).
53. RIBNER, H. S., "On the Role of the Shear Term in Jet Noise", J. Sound Vibr., Vol. 52(1), pp. 121-132 (1977).
54. FFWOCS WILLIAMS, J. E., "Aeroacoustics", Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 9, pp. 448-468 (1977).
55. YATES, J. E., e SANDRI, G., "Bernoulli Enthalpy: A Fundamental Concept in the Theory of Sound", Progress in Aeronautics and Astronautics, Vol. 43 (ref. 12), pp. 65-89 (1976).
56. LILEY, G. M., "Sound Generation in Shear Flow Turbulence", Fluid Dynamics Trans., Vol. 6, pp. 405-420 (1971). Citado em ref. 30.
57. LILEY, G. M., "On the Noise from Jets", AGARD, Conf. Proc. on Noise Mechanisms, Bruxelles, 1973, paper 13 (1974). Citado em Refs. 30, 54.

58. GOLDSTEIN, M. E., "The Low Frequency Sound from Multipole Sources in Axisymmetric Shear Flows, with Applications to Jet Noise", J. Fluid Mech., Vol. 70(3), pp. 595-604 (1975).
59. GOLDSTEIN, M. E., "The Low Frequency Sound from Multipole Sources in Axisymmetric Shear Flows. Part 2", J. Fluid Mech., Vol. 75(1), pp. 17-28 (1976).
- [ 60. MORFEY, C. L. and TESTER, B. J., "Developments in Jet Noise Modelling - Theoretical Predictions and Comparisons with Measured Data", J. Sound Vib., Vol. 46(1), pp. 79-103 (1976).
61. MANI, R., "The Influence of Jet Flow on Jet Noise. Part 1. The Noise of Unheated Jets", J. Fluid Mech., Vol. 73(4), pp. 753-778 (1976).
62. MANI, R., "The Influence of Jet Flow in Jet Noise. Part 2. The Noise of Heated Jets", J. Fluid Mech., Vol. 73(4), pp. 779-793.
63. KEMPTON, A. J., "Acoustic Scattering by Density Gradients", J. Fluid Mech., Vol. 83(3), pp. 495-508 (1977).
64. LAWRENCE, J. C., "Intensity, Scale and Spectra of Turbulence in Mixing Region of Free Subsonic Jet", NACA Rep. 1292 (1956).
65. DAVIES, P. O. A. L., FISHER, M. J. and BARRAT, M. J., "The Characteristics of the Turbulence in the Mixing Region of a Round Jet", J. Fluid Mech., Vol. 13(3), pp. 337-367 (1963), Corrigendum: Vol. 15(4), p. 559 (1963).
66. BRADSHAW, P., FERRISS, D. H. and JOHNSON, R. F., "Turbulence in the Noise-Producing Region of a Circular Jet", J. Fluid Mech., Vol. 19(4), pp. 591-623 (1964).

67. CHU, W. T., "Turbulence Measurements Relevant to Jet Noise", Univ. of Toronto, Institute for Aerospace Studies Rep. No. 119 (1966).
68. DAVIES, P. O. A. L., "Structure of Turbulence", J. Sound Vib., Vol. 28(3), pp. 513-526, (1973).
69. DAVIES, P. O. A. L., "Turbulence Structure in Free Shear Layers", AIAA Journal, Vol. 4(11), pp. 1971-1978 (1966).
70. TOWNSEND, A. A., "Structure of Turbulent Shear Flow, 1<sup>st</sup> ed., Cambridge University Press (1956).
71. WOOLDRIGE, C. E., WOOTEN, D. C. and AMARO, A. J., "The Structure of Jet Turbulence Producing Noise", Stanford Res. Inst., Annual Report, Contract No. NAWS 1938(NASA) (1971).
72. MAESTRELLO, L., "On the Relationship Between Acoustic Energy Density Flux Near the Jet Axis and Far-Field Acoustic Intensity", NASA TN D-7269 (1973).
73. PHILIPS, O. M., "The Irrotational Motion Outside a Free Turbulent Boundary", Proc. Cambridge Phil. Soc., Vol. 51(1), pp. 220-229 (1955).
74. CROW, S. C. and CHAMPAGNE, F. H., "Orderly Structure in Jet Turbulence", J. Fluid Mech., Vol. 48(3), pp. 547-591 (1971).
75. MOLLICH-CHRISTENSEN, "Jet Noise and Shear Flow Instability Seen from an Experimenter's Viewpoint", J. Applied Mechanics, Vol. 34, pp. 1-7 (1967).
76. DAVIES, P. O. A. L., KO, N. W. M. and BOSE, B., "The Local Pressure Field of Turbulent Jets", Aero Research Council (UK), CP 989 (1967). Citado em ref. 77.

77. LAU, J. C., FISHER, M. J. and FUCHS, H. V., "The Intrinsic Structure of Turbulent Jets", J. Sound Vib., Vol. 22 (4), pp. 379-406 (1972).
78. LAU, J. C. and FISHER, M. J., "The Vortex-Street Structure of 'Turbulent' Jets. Part 1", J. Fluid Mech., Vol. 67(2), pp. 299-337 (1975).
79. WINANT, C. D. and BROWAND, F. K., "Vortex Pairing: The Mechanism of Turbulent Mixing-Layer Growth at Moderate Reynolds Number", J. Fluid Mech., Vol. 63(2), pp. 237-255 (1974).
- [ 80. DAVIES, P. O. A. L. e YULE, A. J., "Coherent Structures in Turbulence", J. Fluid Mech., Vol. 69(3), pp. 513-537 (1975); Corrigendum: vol. 74(4), p. 797 (1976).
- [ 81. ROSHKO, A., "Structure of Turbulent Shear Flows: A New Look", AIAA Journal, Vol. 14(10), pp. 1349-1357 (1976).
- [ 82. KOVASNAY, L. S. G., "Large Scale Structure in Turbulence: A Question or an Answer ?", Lecture Notes in Physics, Vol. 75 (ref. 10), pp. 1-17 (1977).
83. YULE, A. J., "Large-Scale Structure in the Mixing Layer of a Round Jet", J. Fluid Mech., Vol. 89(3), pp. 413-422 (1978).
84. LIU, C. H., MAESTRELLO, L. and GUNZBURGER, M. D., "Simulation by Vortex Rings of the Unsteady Pressure Field Near a Jet", Progress in Aeronautics and Astronautics, Vol. 43 (ref. 12), pp. 47-64 (1976).
- [ 85. MAESTRELLO, L. and FUNG, Y. T., "Quasi-Periodic Structure of a Turbulent Jet", J. Sound Vib., Vol. 64(1), pp. 107-122 (1979).

86. PETERSEN, R. A., "Influence of Wave Dispersion on Vortex Pairing in a Jet", J. Fluid Mech., Vol. 89(3), pp. 469-495 (1978).
87. LAU, J. C., "The Vortex-Street Structure of Turbulent Jets. Part 2", Proc. Roy. Soc., Vol. A368, No. 1735 pp. 547-571 (1979).
88. HUSSAIN, A. K. M. F. and CLARK, A. R., "On the Coherent Structure of the Axisymmetric Mixing Layer: A Flow-Visualization Study", J. Fluid Mech., Vol. 104, pp. 263-294 (1981).
89. LONG, M. B. and CHU, B. T., "Mixing Mechanism and Structure of an Axisymmetric Turbulent Mixing Layer", AIAA Journal, Vol. 19(9), pp. 1158-1163 (1981).
90. ZAMAN, K. B. M. Q. and HUSSAIN, A. K. M. F., "Vortex Pairing in a Circular Jet Under Controlled Excitation. Part 1. General Jet Response", J. Fluid Mech., Vol. 101(3), pp. 449-491 (1980).
91. HUSSAIN, A. K. M. F. and ZAMAN, K. B. M. Q., "Vortex Pairing in a Circular Jet Under Controlled Excitation. Part 2. Coherent Structure Dynamics", J. Fluid Mech., Vol. 101(3), pp. 493-544 (1980).
92. HUSSAIN, A. K. M. F. and ZAMAN, K. B. M. Q., "The 'Preferred' Mode of the Axisymmetric Jet", J. Fluid Mech., Vol. 110, pp. 39-71 (1981).
93. MOORE, C. J., "The Role of Shear-Layer Instability Waves in Jet Exhaust Noise", J. Fluid Mech., 80(2), pp. 321-367 (1977). Resumido em Lect. Notes Phys., Vol. 76 (ref. 10), pp. 254-264 (1977).
94. MAESTRELLO, L. and PAO, S. P., "New Evidence of the Mechanisms of Noise Generation and Radiation of a subsonic Jet", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 57(4), pp. 959-960 (1975).

95. PAO, S. P. and MAESTRELLO, L., "New Evidence of Subsonic Jet Noise Mechanisms", Progress in Aeronautics and Astronautics, Vol. 43 (ref. 12), pp. 27-46 (1976).
- [ 96. PAO, S. P. and MAESTRELLO, L., "Evidence of the Beam Pattern Concept of Subsonic Jet Noise Emission", NASA TN D-8104 (1976).
97. FFWOCS WILLIAMS; J. E. and HAWKINGS, D. L., "Theory Relating to the Noise of Rotating Machinery", J. Sound Vib., Vol. 10(1), pp. 10-21 (1976).
98. RIBNER, H. S., "Strength Distribution of Noise Sources Along a Jet", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 30(9), pp.876(1958).
99. POWELL, A., "Similarity and Turbulent Jet Noise", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 31(6), pp. 812-813 (1959).
100. LEE, H. K. and RIBNER, H. S., "Direct Correlation of Noise and Flow of a Jet", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 52 (5, pt. 1), pp. 1280-1290 (1972).
101. POWELL, A., "A Survey of Experiments on Jet Noise", Aircraft Engineering, Vol. 26, pp. 2-9 (1954).
102. MOON, L.F. and ZELAZNY, S.W. "Experimental and Analitical Study of Jet Noise Modeling", AIAA Journal, Vol.13(3), pp. 387-393 (1975).
103. POWELL, A., "Concerning the Noise of Turbulent Jets", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 32(12), pp. 1609-1612 (1960).
- [ 104. RIBNER, H. S., "Energy Flux from an Acoustic Source Contained in a Moving Fluid Element and its Relation to Jet Noise", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 32(9), pp. 1159-1160 (1960).

105. LUSH, P. A., "Measurements of Subsonic Jet Noise and Comparison with Theory", J. Fluid Mech., Vol. 46(3), pp.477-500 (1971).
106. RIBNER, H. S., "On Spectra and Directivity of Jet Noise", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 35(4), pp. 614-616 (1963).
107. MAC GREGOR, G. R., RIBNER, H. S. and LAM, H., "Basic Jet Noise Patterns After Deletion of Convection and Refraction Effects: Experiments Vs. Theory", J. Sound Vib., Vol. 27(4), pp. 437-454 (1973). Ver correções no Apêndice C, ref. 108.
108. NOSSEIR, N. S. M. and RIBNER, H. S., "Tests of a Theoretical Model of Subsonic Jet Noise", Progress in Aeronautics and Astronautics, Vol. 43 (ref. 12), pp. 3-26 (1976).
109. CHU, W. T., PETERSEN, R. A. and KAO, K., "Directivity of Jet Noise", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 51 (3, pt. 1), pp. 830-832 (1972).
110. GRAHAM, J. B. and FAULKNER, L. L., "Fan and Flow Systems Noise", Handbook of Industrial Noise Control (editor: L. L. Faulkner), pp. 386-438, Industrial Press, New York (1976).
111. AHUJA, K. K. and BUSHELL, K. W., "An Experimental Study of Subsonic Jet Noise and Comparison with Theory", J. Sound Vib., Vol. 30(3), pp. 317-341 (1973).
112. POWELL, A., "A Schlieren Study of Small Scale Air Jets and Some Noise Measurements on Two-Inch Diameter Air Jets", Aero. Research Council (UK), ARC Paper 14726 (1951). Citado em refs. 15, 101.
113. POWELL, A., "The Influence of the Exit Velocity Profile on the Noise of a Jet", Aeronautical Quarterly, Vol.

IV, pp. 341-360 (1954).

- [ 114. RIBNER, H. S. "Reflection, Transmission and Amplification of Sound by a Moving Medium", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 29(4), pp. 435-441 (1957).
- 115. SCHUBERT, L. K., "Numerical Study of Sound Refraction by a Jet Flow. I. Ray Acoustics", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 51 (2, pt. 1), pp. 439-446 (1972).
- 116. SCHUBERT, L. K., "Numerical Study of Sound Refraction by a Jet Flow. II. Wave Acoustics", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 51 (2, pt. 1), pp. 447-463 (1972).
- 117. CSANADY, G. T., "The Effect of Mean Velocity Variations on Jet Noise", J. Fluid Mech., Vol. 26(1), pp. 183-197 (1966).
- 118. DASH, R., "Reflection and Radiation Due to a Quadrupole Near a Fluid Interface", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 62(4), pp. 835-846 (1977).
- 119. ATVARIS, J., SCHUBERT, L. K. and RIBNER, H. S., "Refraction of Sound from a Point Source Placed in an Air Jet", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 37(1), pp. 168-170 (1965).
- 120. RIBNER, H. S., "Quadrupole Correlations Governing the Pattern of Jet Noise", J. Fluid Mech., Vol. 38(1), pp. 1-24 (1969).
- 121. GOLDSTEIN, M. E. and ROSEBAUM, B. M., "Emission of Sound from Axisymmetric Turbulence Convected by a Mean Flow with Application to Jet Noise", NASA TN D-6939 (1972). Citado em ref. 107.



122. McCARTNEY, J. R., "Ratio of Peak Frequencies of Jet Self and Shear Noise Spectra", J. Sound Vib., Vol. 39(2), pp. 269-272 (1975).
123. RIBNER, H. S., and MAC GREGOR, J. R., "The Elusive Doppler Shift in Jet Noise", Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Congress on Acoustics, Tokio, paper F-3-8(1968).
124. JONES, I. S. F., "Fluctuating Turbulent Stresses in the Noise-Production Region of a Jet", J. Fluid Mech., Vol. 36(3), pp. 529-543 (1969).
125. MOLLO-CHRISTENSEN, E. L., KOLPIN, M. A. and MARTUCELLI, J. R., "Experiments on Jet Flows and Jet Noise Far-Field Spectra and Directivity Patterns", J. Fluid Mech., 18 (2), pp. 285-301 (1964).
126. JONES, I. S. F., "Aerodynamic Noise Dependent on Mean Shear", J. Fluid Mech., Vol. 33(1), pp. 65-72 (1967).
127. HURDLE, P. M. and MEECHAM, W. C., "Investigation of the Aerodynamic Noise Generating Region of a Jet Engine by Means of the Simple Source Fluid Dilatation Model", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 56(6), pp. 1708-1721 (1974).
128. SCHAFFAR, M., "Direct Measurements of the Correlation Between Axial In-Jet Velocity Fluctuation and Far Field Noise Near the Axis of a Cold Jet", J. Sound Vib., Vol. 64(1), pp. 73-83 (1979).
129. SCHAFFAR, M., "Étude de la Fonction Source Par la Méthode de Causalité Définie Par Ribner et Siddon", Revue d'Acoustique, No. 58 (3/4) (Ref. 13), pp. 159-165 (1981).
130. JUVÉ, D., SUNYACH, M. and COMTE-BELLOT, G., "Intermittency of the Noise Emission in Subsonic Cold Jets", J. Sound Vib., 71(3), pp. 319-332 (1980).

131. SIDDON, T. E., "Noise Source Diagnostics Using Causality Correlations", AGARD, Conf. Proc. on Noise Mechanisms, Bruxelles, 1973, paper 7 (1974).
132. FUCHS, H. V., "Acoustic Interference Effects and the Role of Helmholtz Number in Aerodynamic Noise", Acustica, Vol. 43(1), pp. 54-62 (1979). Também em Lect. Notes Phys., Vol. 76 (Ref. 10), pp. 189 - 201 (1977).
133. MICHALKE, A., "On the Effect of Spatial Source Coherence on the Radiation of Jet Noise", J. Sound Vib., Vol. 55(3), pp. 377-394 (1977). Resumido em Lect. Notes Phys., Vol. 76 (Ref. 10), pp. 171 - 180 (1977).
134. MICHALKE, A. and FUCHS, H. V., "On Turbulence and Noise of an Axisymmetric Shear Flow", J. Fluid Mech., Vol. 70 (1), pp. 179-205 (1975).
- [ 135. ARMSTRONG, R. R., MICHALKE, A. and FUCHS, H. V., "Coherent Structures in Jet Turbulence and Noise", AIAA Journal, Vol. 15(7), pp. 1101-1117 (1977).
- [ 136. FUCHS, H. V. and MICHEL, U., "Experimental Evidence of Source Coherence Affecting Jet Noise", AIAA Journal, 16(9) pp. 871-872 (1978).
- [ 137. ARMSTRONG, R. R., "Influence of Mach Number on Coherent Structure Relevant to Jet Noise", AIAA Journal, Vol. 19(6), pp. 677-683 (1981).
138. BONNET, C. M. T. and FISHER, M. J., "Correlation Techniques and Modal Decomposition Analysis for the Detection of Azimuthally Coherent Structures in Jet Flows", J. Sound Vib., 66(4), pp. 545 - 555 (1978).
139. LAUFER, J. and YEN, T. C., "Noise Generation by a Low Mach Number Jet", J. Fluid Mech., Vol. 134, pp. 1-31 (1983).

140. KIBENS, V., "Discrete Noise Spectrum Generated by an Acoustically Excited Jet", AIAA Journal, Vol. 18(4), pp.434-441 (1980).
141. HEAVENS, S. N., "Visualization of the Acoustic Excitation of Subsonic Jets", J. Fluid Mech., Vol. 100(1), pp. 185-192 (1980).
142. KRISHNAPPA, G. and CSANADY, G. T., "An Experimental Investigation of the Composition of Jet Noise", J. Fluid. Mech., 37(1), pp. 149-159 (1969).
143. KRISHNAPPA, G., "Note on the 'Shear Noise Source Terms' for a Circular Jet", J. Applied Mech., Vol. 35(4), pp. 814-815 (1968).
144. MOLLO CHRISTENSEN, E. L. and NARASHIMHA, R., "Sound Emission From Jets at High Subsonic Velocities", J. Fluid Mech., 8(1), pp. 49-60 (1960).
145. MUSAFIR, R. E., SLAMA, J. G. e ZINDELUK, M., "Direcionalidade e Propriedades Estatísticas do Ruído de Jatos Turbulentos Subsônicos", Anais, COBEM 83 (Uberlândia, dezembro, 1983), trabalho A55, pp. 587-596 (1983).
146. MUSAFIR, R. E., SLAMA, J. G. and ZINDELUK, M., "Quadrupole Correlations and Jet Noise", Internoise 84 Proceedings (Honolulu, Dec., 1984), pp. 257-260 (1984).
- [ 147. MAESTRELLO, L., "Two-Point Correlations of Sound Pressure in the Far Field of a Jet: Experiment", NASA TM X-72835 (1976).
148. MAESTRELLO, L., "Statistical Properties of the Sound and Source Fields of an Axisymmetric Jet", AIAA Paper No. 77-1267 (1977). Citado em refs. 136, 151.

149. MAESTRELLO, L., "Direct and Inverse Problem in Radiation of Sound From Discrete Random Sources on Two Coaxial Rings", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 66(6), pp. 1876-1890 (1979).
150. RIBNER, H. S., "Two Points Correlations of Jet Noise", J. Sound Vib., Vol. 56(1), pp. 1-19 (1978).
151. FUCHS, H. V., "Two Point Correlations of Jet Noise and Their Interpretation", J. Sound Vib., Vol. 61(1), pp. 153-156 (1978).
152. RIBNER, H. S., "Two Point Correlations of Jet Noise and Their Interpretation - Author's Reply", J. Sound Vib., Vol. 61(1), pp. 156-159 (1978).
153. MAESTRELLO, L. and LIU, C. H., "Jet Noise Source Distribution from Far-Field Cross Correlations", AIAA Journal, Vol. 15(6), pp. 771-772 (1977).
154. CHOW, P. L. and MAESTRELLO, L., "Stochastic Inverse Problem in the Radiation of Noise", SIAM J. Appl. Math., Vol. 35(4), pp. 665-677 (1978).
155. BATCHELOR, G. K., The Theory of Homogeneous Turbulence, Cambridge University Press (1953).
156. BRITISH STANDARDS INSTITUTION, "Methods for the Measurement of Fluid Flow in Pipes. Part 1. Orifice Plates, Nozzles and Ventury Tubes", B. S. 1042: Part 1 (1964).
157. BECHERT, D. W., MICHEL, U. and PFIZENMAYER, E., "Experiments on the Transmission of Sound Through Jets", AIAA Journal, Vol. 16(9), pp. 873-874 (1978).

# APÊNDICE I

## O TERMO DE CISALHAMENTO NA EXPANSÃO DE CSANADY

Considerando  $\underline{U} = U(r)\underline{e}_1$ , obtêm-se para a pressão acústica devida ao "dipolo" (IV.8)

$$p_c(\underline{x}, t) = - \frac{2\cos\theta}{c_0} \int \frac{\partial U_1}{\partial r} \left[ \frac{\partial \rho u_r}{\partial t} \right] dV =$$

$$- \frac{2\cos\theta}{c_0} \int \frac{\partial U_1}{\partial x_i} \left[ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} \right] dV \quad (\text{AI.1})$$

Utilizando-se a equação (I.7) e negligenciando os termos viscosos, obtêm-se

$$p_c(\underline{x}, t) = \frac{2\cos\theta}{c_0} \int \frac{\partial U_1}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} [(\rho v_i v_j + p \delta_{ij})] dV \quad (\text{AI.2})$$

No campo afastado, considerando-se  $\partial U / \partial r$  aproximadamente constante, vem

$$p_c(\underline{x}, t) = - \frac{2\cos\theta n_j}{c_0^2} \int \frac{\partial U_1}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial t} [\rho v_i v_j + p \delta_{ij}] dV$$

$$= - \frac{2\cos\theta}{c_0^2} \int \frac{\partial U_1}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial t} [\rho U_1 u_i \cos\theta + (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) n_j] dV \quad (\text{AI.3})$$

CSANADY [118] e KRISHNAPPA [143] utilizaram  $\rho v_i v_j = \rho u_i u_j$  em (AI.3), aproximação que é válida no *campo afastado*, mas não para o cálculo da pressão sonora no campo afastado a partir de dados do escoamento. JONES [126], trabalhando com Csanady, obteve, a partir de (II.30), "o termo identificado por Csanady", mas com sinal positivo. Como (AI.3) e (IV.10) referem-se ao mesmo termo, tem-se

$$- \int \frac{\partial U_1}{\partial r} \frac{\partial}{\partial t} \left[ 2 \rho (U_1 u_r + u_1 u_r) \cos^2 \theta + (\rho u_r^2 + p) \sin 2\theta \right] dV \cong$$

$$\int \frac{\partial U_1}{\partial r} \frac{\partial}{\partial t} \left[ 2 \rho u_1 u_r \cos^2 \theta + (\rho u_r^2 + p) \sin 2\theta \right] dV \quad (\text{AI.4})$$

De (AI.4) obtêm-se para a eficácia do componente  $(T_{1r})_c$

$$(T_{1r})_c = - (T_{1r})_c = 0 \quad (\text{AI.5})$$

resultado que depende as aproximações envolvidas em (AI.3) e (IV.10) e que enfatiza a pequena importância deste termo.

Para o termo abandonado por Csanady, vem

$$- 2 \cos^2 \theta \int \frac{\partial U_1}{\partial r} \frac{\partial}{\partial t} [\rho U_1 u_r] dV = 4 \cos^2 \theta \int \frac{\partial U_1}{\partial r} \frac{\partial}{\partial t} [\rho u_1 u_r] dV \quad (\text{AI.6})$$

Conclui-se que foi por coincidência que Csanady encontrou o termo correto, não havendo caminho direto entre (IV.8) e (IV.10).

## APÊNDICE II

### ALGORITMOS UTILIZADOS PARA O CÁLCULO DAS CORRELAÇÕES

1. Correlações ponto a ponto (equação (VI.4)). Os dados são fornecidos pelo osciloscópio e armazenados no vetor A (516 ou 520 pontos)

```

100 REMPROGRAMA PARA O CALCULO DE CORRELACAO - MEDIA NULA
110 PRINT "ENTRE N "
120 INPUT N
130 PRINT "ENTRE DELTA T"
140 INPUT T2
150 DIM R3(N)
160 PRINT "QUER DEFASAGEM PARA OS DOIS LADOS(1)OU PARA UM LADO SO(0)?"
170 INPUT P
180 IF P=0 THEN 210
190 DIM R5(N)
200 R5=0
210 I1=3
220 I0=258
230 S0=260
240 S=1
250 R3=0
260 K1=1
270 M1=0
280 M2=0
290 R1=0
300 R2=0
310 I2=I0
320 E=I2-I1+1
330 DIM B1(E),B2(E)
340 FOR I=I1 TO I2
350 J=I-I1+1
360 B1(J)=A(I)
370 B2(J)=A(I+S0)
380 M1=M1+B1(J)
390 M2=M2+B2(J)
400 NEXT I
410 M1=M1/E
420 M2=M2/E
430 B1=B1-M1
440 B2=B2-M2
450 FOR I=1 TO E
460 R1=R1+B1(I)^2
470 R2=R2+B2(I)^2
480 NEXT I
490 R4=SQR(R1*R2)/E
500 FOR Z=1 TO P+1
510 I1=1
520 I2=E
530 FOR K=K1 TO N
540 T1=(K-1)*T2*S
550 IF S=-1 THEN 580
560 I2=E-T1
570 GO TO 590
580 I1=1-T1
590 R=0
600 E1=I2-I1+1
610 FOR I=I1 TO I2
620 R=R+B1(I)*B2(I+T1)
630 NEXT I

```

```
640 R=R/(E1*R4)
650 IF S=-1 THEN 680
660 R3(K)=R
670 GO TO 690
680 R5(K)=R
690 PRINT K
700 NEXT K
710 IF P=0 THEN 760
720 IF K1<>1 THEN 750
730 K1=2
740 R5(1)=R3(1)
750 S=-1
760 NEXT Z
770 PRINT "GRAFICO NA TELA<32> OU NO PLOTTER<1>?"
780 INPUT N7
790 IF N7=1 THEN 810
800 PAGE
810 WINDOW -P*(N-1),N-1,-1,1
820 AXIS @N7:1,0.1,0,0
830 MOVE @N7:0,R3(1)
840 DRAW @N7:X,R3
850 IF P=0 THEN 890
860 MOVE @N7:0,R5(1)
870 X=-X
880 DRAW @N7:X,R5
890 X=-X
900 END
```



2. Correlação via FFT (equação (VI.6)). D é o número de pontos (dados e controle) referentes a um canal.

```

100 PRINT "TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER"
110 PRINT "A1(N) PARTE REAL DO VETOR"
120 PRINT "A2(N) PARTE IMAGINARIA DO VETOR"
130 PRINT "S=1 PARA DFT ,S=-1 PARA IDFT "
140 PRINT "N=2^M"
150 S=1
160 PRINT "ENTRE O VALOR DE M"
170 INPUT M
180 N=2^M
190 PRINT "DIMENSAO DO VETOR A",N
200 DIM A1(N),A2(N)
210 I0=3
220 I2=D-2
230 K3=2*(D-4)/N
240 GOSUB 760
250 GOSUB 970
260 IF T=1 THEN 450
270 DIM A3(N),A4(N)
280 M1=M2
290 A3=A1
300 A4=A2
310 I0=I0+D
320 I2=I2+D
330 GOSUB 760
340 M4=SQR(M1*M2)
350 S=1
360 GOSUB 970
370 FOR I=1 TO N
380 A5=A1(I)
390 A1(I)=A1(I)*A3(I)+A2(I)*A4(I)
400 A2(I)=A4(I)*A5-A3(I)*A2(I)
410 NEXT I
420 S=-1
430 GOSUB 970
440 GO TO 520
450 FOR I=1 TO N
460 A1(I)=A1(I)*A1(I)+A2(I)*A2(I)
470 NEXT I
480 A2=0
490 S=-1
500 GOSUB 970
510 M4=M2
520 PRINT "FIM "
530 PRINT " ENTRE No DE PONTOS PARA O GRAFICO"
540 INPUT G
550 DIM B(2*G-1),X1(2*G-1)
560 FOR I=2 TO G
570 I1=I-1
580 C=N2/(N2-I)
590 B(G+I1)=A1(I)*C
600 B(G-I1)=A1(N-I1+1)*C
610 NEXT I
620 B(G)=A1(1)
630 B=B/M4
640 FOR I=1 TO 2*G-1
650 X1(I)=I
660 NEXT I

```

```

670 PRINT " GRAFICO NA TELA(32) OU NO PLOTTER(1) ?"
680 INPUT K
690 IF K=1 THEN 710
700 PAGE
710 WINDOW 1,2*G-1,-1,1
720 AXIS @K:(G-1)/10,0.1,G,0
730 MOVE @K:1,B(1)
740 DRAW @K:X1,B
750 END
760 REM ***** SUBROTINA DE PREPARACAO DOS PONTOS *****
770 A1=0
780 A2=0
790 M3=0
800 FOR I=I0 TO I2 STEP K3
810 J=(I-I0)/K3+1
820 A1(J)=A(I)
830 M3=M3+A(I)
840 NEXT I
850 M3=M3/J
860 PRINT "No DE PONTOS UTILIZADOS: ";J
870 A1=A1-M3
880 IF J=>N THEN 920
890 FOR I=J+1 TO N
900 A1(I)=0
910 NEXT I
920 M2=0
930 FOR I=1 TO J
940 M2=M2+A1(I)*A1(I)
950 NEXT I
960 RETURN
970 REM ***** TRANSFORMADA RAPIDA *****

2000 RETURN

```